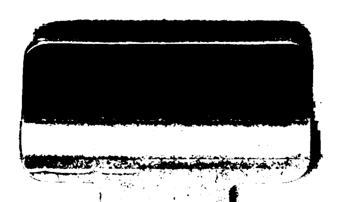

B 459124 DUPL





HÜLFSBUCH

FÜR DIE AUSFÜHRUNG

ELEKTRISCHER MESSUNGEN

VON

Dr. AD. HEYDWEILLER
PRIVATDOZENT A. D. UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Mit 58 Figuren im Text



LEIPZIG 1892
JOHANN AMBROSIUS BARTH
(ARTHUR MEINER)

Leipzig, Druck von Otto Dürr.

Vorwort.

Das vorliegende Hülfsbuch für die Ausführung elektrischer Messungen enthält kurze Beschreibungen der in den letzten Jahrzehnten so ausserordentlich vermehrten und durchgebildeten elektrischen Messmethoden nebst Angabe der zur Berechnung der gesuchten Grössen aus den beobachteten dienenden Formeln. Dabei ist auf Fehlerquellen und Korrektionen besondere Rücksicht genommen; die letzteren geben, auch wo sie vernachlässigt werden könnten, einen wesentlichen Anhalt zur Beurteilung der Genauigkeit. Ausgeschlossen sind hier — von kurzen Andeutungen abgesehen — Beschreibungen von Apparaten und besonderen Einrichtungen, sowie mathematische Ableitungen der benutzten Formeln. Dagegen bringt die Einleitung eine Zusammenstellung derjenigen Sätze und Begriffsbestimmungen, auf denen die Messungen beruhen; auch sollen die am Schlusse enthaltenen Litteraturnachweise ein eingehenderes Studium erleichtern; auf Vollständigkeit machen dieselben keinen Anspruch. Magnetische Messungen sind nur soweit berücksichtigt, wie sie als Hülfsmittel für elektrische in Betracht kommen und daher kürzer behandelt.

Der Zeitpunkt für eine Sammlung des ausgedehnten und weit zerstreuten Materials schien grade jetzt günstig, wo durch zuverlässige Bestimmung der grundlegenden absoluten Einheiten mit einer auf lange ausreichenden Genauigkeit der Gegenstand zu einem gewissen Abschluss gebracht ist.

Die vorliegende Bearbeitung geht durchweg auf die im Litteraturverzeichnis enthaltenen Originalabhandlungen zurück. Doch gewährten mir die bekannten trefflichen Werke von

*

F. Kohlrausch, Mascart und Joubert, Maxwell und G. Wiedemann wertvolle Unterstützung. Vor Allem aber habe ich dankbarst der vielfachen, langjährigen Unterweisung und Anregung zu gedenken, die ich von meinen verehrten Lehrern Friedrich Kohlrausch in Strassburg und Antonio Roiti in Florenz empfangen.

Würzburg, Herbst 1892.

Ad. Heydweiller.

Inhalt.

Allgemeine Sätze und Begriffsbestimmungen.

---

1. Zwei elektrisch erregte Körper wirken aus einem gegen ihre Dimensionen grossen Abstand a in Richtung ihrer geraden Verbindungslinie mit einer Kraft aufeinander, die der Stärke ihrer Erregung q bezw. q' direkt, dem Quadrat des Abstandes a umgekehrt proportional ist: k prop. $q \,.\, q' / a^2$. Coulomb.

q und q' bezeichnet man als die Elektrizitätsmengen, mit denen die beiden Körper geladen sind.

2. Gestreckte, gleichförmig magnetisierte Magnete wirken aus grosser Entfernung so aufeinander, als ob sich nahe an ihren Enden, etwa $^1/_{12}$ der Magnetlänge von diesen entfernt, zwei entgegengesetzt gleiche Kraftzentren, die Magnetpole, befänden.

Zwei Magnetpole wirken im Abstande a in Richtung ihrer geraden Verbindungslinie mit einer Kraft aufeinander, die ihrer Stärke μ bezw. μ' direkt, dem Quadrat von a umgekehrt proportional ist: k prop. $\mu \,.\, \mu' / a^2$. Coulomb.

μ und μ' bezeichnet man auch als Magnetismusmengen.

3. Das magnetische Moment eines gleichförmig magnetisierten Magnetstabes ist das Produkt aus der Stärke eines Magnetpols in den Abstand beider Pole $M = \mu\lambda$.

4. Jeder Raum, in dem elektrische (magnetische) Kräfte wirken, heisst elektrisches Feld (Magnetfeld).

Die auf die Einheit der Elektrizitäts- (Magnetismus-) menge wirkende Kraft F heisst die Stärke des Feldes. Das Feld heisst gleichförmig in einem Raume, in dem sich die Kräfte nach Grösse und Richtung nicht merklich ändern.

5. Bei der Bewegung einer Elektrizitäts- (Magnetismus-) menge von einem Punkte eines Feldes zu einem anderen wird im allgemeinen eine der Menge proportionale Arbeit geleistet: $e \cdot q$. Die auf die Mengeneinheit bezogene Arbeit e hängt von der Lage der beiden Punkte ab, und heisst der Spannungs- oder Potentialunterschied derselben oder die elektromotorische (magnetomotorische) Kraft (abgekürzt E. M. K.) zwischen den beiden Punkten des Feldes.

6. Ist ein isolierter Leiter mit der Elektrizitätsmenge q geladen, während alle Leiter in seiner Umgebung zur Erde abgeleitet sind, so ist sein Spannungsunterschied e gegen die Erde proportional q. Das Verhältnis der Elektrizitätsmenge q zu der Spannung e ist eine von der Gestalt und Grösse des Leiters und von seiner Umgebung (Leitern und Nichtleitern) abhängige Grösse und heisst seine Kapazität. $c = q / e$.

7. Die Dielektrizitätskonstante (elektrische Induktionskapazität) einer Substanz ist das Verhältnis der Kapazitäten eines Leiters, wenn derselbe sich einmal in der betreffenden Substanz, das andere mal unter übrigens gleichen Verhältnissen im leeren Raum befindet (vergl. **180** ff. und Tab. 14).

8. Ein Kondensator wird von zwei parallelen, ebenen oder cylinder- oder kugelförmigen Leitern (den Belegungen) gebildet, deren Abstand klein ist gegen ihre grösste Flächenausdehnung. Seine Kapazität ist das Verhältnis des arithmetischen Mittels der Elektrizitätsmengen der beiden Belegungen zu ihrem Potentialunterschied $c = (q_1 + q_2) / 2e$. Bei den gebräuchlichen Formen kann man meist mit ausreichender Genauigkeit $q_1 = q_2 = {}^1/_2\, (q_1 + q_2)$ setzen.

9. Die Magnetisierungszahl (magnetischer Induktionskoëffizient, Susceptibilität) ist das Verhältnis des an einer Stelle eines magnetischen Feldes in der Volumeneinheit induzierten magnetischen Momentes zu der dort herrschenden Feldstärke (Intensität der Magnetisierung).

Die Permeabilität oder magnetische Induktionskapazität ist gleich *1* plus der mit 4π multiplizierten Magnetisierungszahl. Sie ist die der Dielektrizitätskonstanten entsprechende magnetische Grösse. W. Thomson (a).

Die Magnetisirungszahle liegt für verschiedene Stoffe und

verschiedene Feldstärken zwischen *0* und *250* (für weiches Eisen); die Permeabilität zwischen *1* und *3200* und kann für alle nicht ausgesprochen magnetischen Substanzen (Eisen, Kobalt, Nickel) praktisch gleich *1* gesetzt werden. Ewing.

10. Werden zwei Stellen eines elektrischen Feldes von verschiedener Spannung durch einen Leiter verbunden, so geht positive Elektrizität vom Orte höherer Spannung zum Orte niederer Spannung über, es entsteht ein elektrischer Strom in dem Leiter. Ist q die in der Zeit t durch den Querschnitt des Leiters fliessende Elektrizitätsmenge, so ist $i = q / t$ die mittlere Stromstärke in der Zeit t. Der Strom ist konstant, wenn in gleichen kleinsten Zeiten gleiche Elektrizitätsmengen durch jeden Querschnitt fliessen.

11. Erzeugt die konstante E. M. K. e an den Enden eines Leiters den Strom i in demselben, so ist das Verhältnis beider unter übrigens gleichen Umständen von ihrer Grösse unabhängig; es heisst der Widerstand des Leiters $w = e / i$. Ohm.

Der Widerstand eines cylindrischen oder prismatischen Leiters von der Länge l und dem Querschnitt f, dessen Endflächen Flächen gleichen Potentials sind, ist $w = \sigma\, l / f$. σ heisst der spezifische Widerstand des Leiters und ist von seiner Substanz und Temperatur, ausserdem auch von den gewählten Einheiten abhängig. Leitungsvermögen ist das Reciproke des spezifischen Widerstandes (vergl. **135.** und Tab. 8—11).

12. Der Strom i leistet in dem Leiter vom Widerstand w in der Zeit t eine Arbeit in Form von Wärme, die proportional ist: i^2wt oder eit. Joule (a), Lenz (b, c).

13. Wird ein System von Drähten, die auf ganz beliebige Weise miteinander verbunden sind, von galvanischen Strömen durchflossen, so ist: erstens, wenn die Drähte $1, 2 \ldots m$ in einem Punkte zusammenstossen und $i_1\, i_2 \ldots i_m$ die Intensitäten der Ströme bezeichnen, die jene Leiter durchfliessen, die Richtung nach dem Vereinigungspunkt hin als positiv gerechnet, $i_1 + i_2 + \ldots + i_m = o$; zweitens, wenn die Drähte $1, 2 \ldots n$ eine geschlossene Figur bilden und $w_1, w_2 \ldots w_n$ ihre Widerstände, $i_1, i_2 \ldots i_n$ die Intensitäten der sie durchfliessenden Ströme bezeichnen, alle nach einer Richtung als positiv gerechnet, $i_1\, w_1 + i_2\, w_2 + \ldots + i_n\, w_n$ gleich der Summe

der E. M. K., die sich auf dem Wege *1*, *2* ... *n* befinden. G. Kirchhoff (a).

14. Wenn in dem nebenstehenden Wheatstone'schen Stromschema (abgekürzt W-Brücke) in sämtlichen sechs Zweigen beliebige aber konstante E. M. K. wirken und bei geöffnetem oder geschlossenem Diagonalzweig die Stromstärke in dem anderen Diagonalzweig die gleiche ist, so besteht zwischen den Widerständen der Seitenzweige das Verhältnis

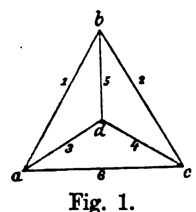


Fig. 1.

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4 \qquad \text{O. Frölich (a).}$$

Wirkt nur im Zweige *6* eine E. M. K., so ist die Stromstärke in *5* gleich null, falls jenes Verhältnis besteht.

15. Die von einem Strome beim Durchgang durch einen Elektrolyten zersetzte Menge desselben ist der übergeführten Elektrizitätsmenge proportional. Faraday (a).

Die gleichen Elektrizitätsmengen scheiden gleiche Mengen desselben Bestandteils (Jons) aus verschiedenen Verbindungen aus. Faraday (c).

16. Das elektrochemische Äquivalent eines Elektrolyts oder seiner Bestandteile ist diejenige Menge desselben, welche von der Stromeinheit in der Zeiteinheit zersetzt oder ausgeschieden wird. Faraday (b).

Die elektrochemischen Äquivalente verschiedener Substanzen sind proportional den entsprechenden chemischen Äquivalenten. Faraday (d).

17. Ein geschlossener Strom i, der die kleine Fläche f umfliesst (Elementarstrom), lässt sich in seiner Fernwirkung auf andere Ströme und auf Magnete in Abständen, die gross sind gegen seine Dimensionen, ersetzen durch einen kleinen Magneten vom Moment $f \cdot i$ (**3.**).

Die Wirkung geschlossener Ströme, welche grössere Flächen umfliessen, kann man ersetzen durch die Summe der Wirkungen einer Anzahl von Elementarströmen. Ampère.

18. Das Potential eines Stromes auf einen anderen oder auf einen Magneten ist die Arbeit, welche geleistet wird, wenn die beiden Ströme bezw. Strom und Magnet bei un-

veränderter Stromstärke und Magnetisierung aus der gegebenen Lage in unendliche Entfernung von einander übergeführt werden.

19. Jede Änderung des Magnetfeldes in Bezug auf einen Leiter ruft in diesem E. M. K. senkrecht zur Richtung der magnetischen Kräfte hervor; diese E. M. K. heissen induzierte. Faraday (e).

20. Wenn sich ein Leiter in der Nähe eines elektrischen Stromes oder eines Magneten bewegt, so wird in ihm ein Strom erzeugt, der eine solche Richtung hat, dass die elektrodynamischen oder elektromagnetischen Kräfte zwischen ihm und dem induzierenden Strome oder Magneten seine Bewegung hemmen. Lenz (a).

21. Die in jedem Augenblicke durch die relative Bewegung eines Stromes oder Magneten in einem Leiter induzierte E. M. K. ist der Geschwindigkeit der Bewegung proportional. W. Weber (b), F. E. Neumann (a).

22. Die bei einer Veränderung des Magnetfeldes in jedem Augenblick in einem Leiter induzierte E. M. K. ist gleich der auf die Zeiteinheit berechneten Arbeit, welche von den magnetischen Kräften bei der Veränderung geleistet würde, wenn der Leiter von der Stromeinheit durchflossen wäre. F. E. Neumann (a, b), H. v. Helmholtz (a).

23. Ist $E = \int_0^\infty e\, dt$ das Zeitintegral der in einem Leiter durch Entstehen oder Verschwinden des Stromes i in einem anderen induzierten E. M. K., so ist $E = p_{12} \cdot i$, wo p_{12} nur von Lage und Gestalt der beiden Stromleiter, sowie von den magnetischen Eigenschaften des umgebenden Mediums abhängt. Ist die Permeabilität (**9.**) desselben, wie für Luft, nahe gleich *1*, so heisst p_{12} der gegenseitige Induktionskoëffizient (abgekürzt G. I. C.) der beiden Leiter. Fällt der induzierende Leiter mit dem induzierten Stromkreis zusammen, so geht p_{12} in den Selbstinduktionskoëffizienten p_1 (abgekürzt S. I. C.) über.

Die gleiche E. M. K., wie durch Verschwinden des Stromes i, wird auch durch Entfernen der beiden Stromleiter in unendlich

grossen Abstand bei konstant bleibendem $\dot{i}$ erzeugt; es nimmt dann p_{12} bis zum Verschwinden ab. Allgemein ist $e = d\,(p_{12} \cdot i)\,/\,dt$.

p_{12} ist nach (18.) und (22.) auch das Potential des induzierenden Stromkreises auf den induzierten Leiter, beide von der Stromeinheit durchflossen gedacht.

24. Der G. I. C. zweier Leiter ist immer kleiner als das geometrische Mittel aus den beiden S. I. C. derselben. Der Unterschied: $\sqrt{p_1\, p_2} - p_{12}$ ist das Maass der magnetischen Streuung des Systems.

25. Die Periode τ eines Wechselstromes ist die Dauer einer ganzen Schwingung; die Frequenz oder Schwingungszahl n ist die Zahl der Perioden in der Sekunde.

26. Die mittlere Stärke eines Wechselstromes ist $\dot{i}_m = \frac{2}{\tau} \int_0^{(\tau/2)} \dot{i}\, dt$, wo $\dot{i}$ die Stromstärke in jedem Augenblick; die wirksame Stärke ist die Quadratwurzel aus dem mittleren Quadrat der Stromintensitäten $\dot{i}_w = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \dot{i}^2\, dt}$; die wirksame E. M. K. ist die Quadratwurzel aus dem mittleren Quadrat der E. M. K. $e_w = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} e^2\, dt}$.

27. Der scheinbare Widerstand w_s (Impedanz) eines Schliessungskreises ist der Faktor, mit dem die wirksame Intensität zu multipliciren ist, um die wirksame E. M. K. zu erhalten. Ist w der wahre Widerstand des Kreises, p sein S. I. C., so ist der scheinbare Widerstand bei Wechselströmen von der Frequenz n:

$$w_s = \sqrt{w^2 + 4\pi^2\, n^2\, p^2}, \text{ also } e_w = \dot{i}_w \sqrt{w^2 + 4\pi^2\, n^2\, p^2}.$$

28. Bei einfachen periodischen (sinus) Strömen ist

$$\dot{i}_m = \frac{2}{\pi}\, \dot{i}_{max} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}\, \dot{i}_w$$

oder

$$\dot{i}_m = 0{,}6366\, \dot{i}_{max} = 0{,}9003\, \dot{i}_w.$$

Dieselben Beziehungen gelten für die E. M. K.

29. In einem Leiter von der Selbstinduktion p und dem Widerstand w ist bei periodischen Strömen von der Frequenz n der Phasenunterschied φ zwischen Stromstärke und E. M. K. an seinen Enden gegeben durch die Gleichung

$$tg\ \varphi = 2\pi n p \,/\, w.$$

p/w heist die Zeitkonstante des Leiters.

30. Ist in dem Leiter ein Kondensator von der Kapazität c eingeschaltet, so ist

$$tg\ \varphi = \left(2\pi n p - \frac{1}{2\pi n c}\right) / w$$

und

$$e_w = i_w \sqrt{w^2 + \left(2\pi n p - \frac{1}{2\pi n c}\right)^2}.$$

31. Die mittlere Arbeit bei Wechselströmen während einer Periode ist

$$A = \int_0^\tau i^2 w\, dt = \int_0^\tau \frac{e^2}{w}\, dt = \int_0^\tau i \,.\, e\, dt = i^2_w\, w \,.\, \tau = i_w\, e_w \,.\, \cos\varphi \,.\, \tau.$$

32. Die Kirchhoff'schen Gesetze für Leiterverzweigungen (**13.**) gelten auch bei periodischen Strömen, wenn man die wahren Widerstände durch die Widerstandsoperatoren

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 \sqrt{-1}$$

ersetzt, wobei für einen Leiter vom wahren Widerstand w, der Selbstinduktion p und mit eingeschaltetem Kondensator von der Kapazität c

$$\omega_1 = w \qquad \omega_2 = 2\pi n p - 1 \,/\, 2\pi n c$$

für periodische Ströme von der Frequenz n zu setzen ist. Der Widerstandsoperator einer Verzweigung berechnet sich aus denen der Zweige nach den für die Widerstände geltenden Formeln; der reelle Teil des ersteren heisst der wirksame Widerstand der Verzweigung und hängt ausser von den Widerständen auch von Selbstinduktion und Kapazität der einzelnen Zweige ab. Der scheinbare Widerstand ist der Modul des Widerstandsoperators: $w_s = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$. Rayleigh (k, l).

33. Eine Induktionsrolle mit Kapazität, sowie ein Kondensator mit leitendem Dielektrikum lassen sich als zwei nebeneinander geschaltete Zweige auffassen, von denen der eine nur

Widerstand ohne Kapazität, der andere nur eingeschaltete Kapazität besitzt. Der Widerstandsoperator einer solchen Verbindung ist $\omega = \omega_1 / (1 + 2\pi c \omega_1 \sqrt{-1})$, wenn ω_1 derjenige des ersten Zweiges ist. M. Wien (c).

34. Die Gleichgewichtsbedingung $w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0$ für die W-Brücke (**14.**) gilt auch für Wechselströme, falls man die Widerstände durch die Widerstandsoperatoren ersetzt. Da die letzteren komplex sind, so erhält man in diesem Fall zwei Bedingungsgleichungen, indem der reelle und der imaginäre Teil der linken Seite jeder für sich verschwinden müssen.

35. Werden zwei entgegengesetzt geladene Leiter von der Kapazität c_1 und c_2 durch einen Draht vom Widerstand w und der Selbstinduktion p verbunden, so erfolgt die Entladung alternierend, falls $w < 2\sqrt{p\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)}$ und die Periode ist

$$\tau = \frac{4\pi p}{\sqrt{4p\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right) - w^2}}$$

oder falls w gegen $2\sqrt{p\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)}$ zu vernachlässigen ist,

$$\tau = 2\pi \sqrt{p \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}}.$$

Wenn $c_1 = c_2 = 2c$, so wird $\tau = 2\pi \sqrt{pc}$,
wenn c_2 sehr gross gegen c_1 $\tau = 2\pi \sqrt{pc_1}$.

Bilden die beiden Leiter die Belegungen eines Kondensators, so ist c dessen Kapazität (**8.**).

36. Entladet sich ein Kondensator von der Kapazität c durch einen grossen Widerstand w von verschwindender Selbstinduktion, so ist

$$lgn.\, e_0 - lgn.\, e = t / wc$$

wo e_0 der Potentialunterschied der Belegungen zur Zeit 0, e derjenige zur Zeit t ist.

Die absoluten elektrischen Maasseinheiten.

---

37. Grundeinheiten (c. g. s. Einheiten).

Länge: *cm* $= {}^1/_{100}$ des Pariser Normalmeters (beabsichtigt $= 10^{-9}$ Erdquadrant).

Masse: *gr* $= {}^1/_{1000}$ des Pariser Normalkilogramms (beabsichtigt = Masse von *1 ccm* Wasser bei 4^0 *C*).

Zeit: *sec* $= {}^1/_{86400}$ des mittleren Sonnentages.

38. Abgeleitete mechanische Einheiten.

Geschwindigkeit: $cm \,.\, sec^{-1}$.

Beschleunigung: $cm \,.\, sec^{-2}$.

Kraft: $gr \,.\, cm \,.\, sec^{-2}$.

Arbeit: $gr \,.\, cm^2 \,.\, sec^{-2}$.

39. Elektrostatisches und elektromagnetisches Maasssystem (e. s. M. und e. m. M.). Die absoluten elektrischen und magnetischen Maasseinheiten werden so bestimmt, dass die Proportionalitätsfaktoren in den Coulomb'schen und Joule-Lenz'schen Gesetzen (**1.**) (**2.**) und (**12,**) reine Zahlen und zwar bei Annahme der obigen Grundeinheiten gleich eins werden für die Dielektrizitätskonstante (**7.**) bezw. die Permeabilität (**9.**) eins, d. h. im leeren Raum. Gauss (a), W. Weber (b).

Danach ist die Einheit der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen, der Magnetismusmenge im elektromagnetischen System diejenige, die der mit der gleich grossen Menge geladenen Masseneinheit, *1 gr*, in der Entfernung *1 cm* die Beschleunigung *1 cm* in *1 sec* erteilt, wenn beide Mengen in Punkten konzentriert im leeren Raum aufeinander wirkend gedacht werden.

Die weiteren Einheiten ergeben sich daraus mit Hilfe der oben angeführten Gesetze und Begriffsbestimmungen (3.) bis (23.).

40. Elektrostatische Einheiten.

Nach (1.) ist $\frac{q \cdot q'}{cm^2} : gr\ cm\ sec^{-2}$ (eine Kraft),
also Elektrizitätsmenge $q : gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-1}$.
Nach (10.) Stromstärke $i : q\,.\,sec^{-1} = gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-2}$
Nach (5.) ist $e\,.\,q : gr\ cm^2\ sec^{-2}$ (eine Arbeit),
also E. M. K. (Spannung) $e : gr^{1/2}\ cm^{1/2}\ sec^{-1}$.
Nach (11.) $w = e\,/\,i$,
also Widerstand $w : cm^{-1}\ sec$.
Nach (6,) $c = q\,/\,e$,
also Kapazität $c : cm$.

41. Elektromagnetische Einheiten.

Nach (2.) ist $\frac{\mu\,.\,\mu'}{cm^2} : gr\ cm\ sec^{-2}$ (eine Kraft),
also Magnetismusmenge $\mu : gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-1}$.
Nach (17.) ist $cm^2\,.\,i = cm\,.\,\mu$ (magnetisches Moment)
also Stromstärke $i : gr^{1/2}\ cm^{1/2}\ sec^{-1}$.
Nach (10,) $q : i\,.\,sec$,
also Elektrizitätsmenge $q : gr^{1/2}\ cm^{1/2}$.
Nach (5.) oder (12.) $e\,.\,q$ oder $e\,.\,i\,.\,t : gr\ cm^2\ sec^{-2}$ (eine Arbeit),
also E. M. K. $e : gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-2}$.
Nach (11.) $w = e\,/\,i$,
also Widerstand $w : cm\ sec^{-1}$.
Nach (6.) $c = q\,/\,e$,
also Kapazität $c : cm^{-1}\ sec^2$.
Nach (23.) $p = e\,.\,t\,/\,i = w\,.\,t$,
also Induktionskoëffizient $p : cm$.
Nach (3.) $M = \mu\,.\,cm$,
also magnetisches Moment $M : gr^{1/2}\ cm^{5/2}\ sec^{-1}$.
Nach (4.) $\mu\,.\,F : gr\ cm\ sec^{-2}$ (eine Kraft),
also magnetische Feldstärke $F : gr^{1/2}\ cm^{-1/2}\ sec^{-1}$.
Nach (11.) $\sigma : w\,.\,cm$,
also specifischer Widerstand $\sigma : cm^2\ sec^{-1}$;

diese Einheit ist gleich dem absoluten Widerstand eines Würfels von *1 cm* Seite, bei dem zwei gegenüberliegende Seitenflächen äquipotentielle Flächen sind (vergl. **135.** und Tab. 8).

Der relative spec. Widerstand einer Substanz ist auf den des reinen Quecksilbers bei 0^0 als Einheit bezogen und ist eine reine Zahl.

Ebenso werden Dielektrizitätskonstante (**7.**) und Permeabilität (**9.**) als reine Zahlen betrachtet.

42. Verhältnis des e. s. M. und e. m. M. Bezeichnet man die nach e. s. M. gemessenen Grössen mit dem Index s, die nach e. m. M. gemessenen mit dem Index m, so ergiebt sich nach (**40.**) und (**41.**):

$$q_s \,/\, q_m : : cm\ sec^{-1}$$

$$e_m \,/\, e_s : cm\ sec^{-1}$$

$$\sqrt{c_s \,/\, c_m} : cm\ sec^{-1}$$

$$\sqrt{w_m \,/\, w_s} : cm\ sec^{-1}.$$

Alle vier Verhältnisse stellen eine Geschwindigkeit, die sogenannte kritische Geschwindigkeit v, dar (vergl. **184** ff. und Tab. 17).

43. Praktische Einheiten. Als für die Praxis geeignete Einheiten, die zu den absoluten e. m. M. Einheiten in einfachen Verhältnissen stehen, hat der elektrische Kongress in Paris in den Jahren 1881, 1884 und 1889 folgende festgesetzt:

für den Widerstand:	Ohm $= 10^9\ cm\ sec^{-1}$,
„ die E. M. K.:	Volt $= 10^8\ gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-2}$,
„ „ Elektrizitätsmenge:	Coulomb $= 10^{-1}\ gr^{1/2}\ cm^{1/2}$,
„ „ Stromstärke:	Ampère$=10^{-1} gr^{1/2} cm^{1/2} sec^{-1}$
„ „ Kapazität:	Farad $= 10^{-9}\ cm^{-1}\ sec^2$,
„ „ Stromarbeit:	Joule $= 10^7\ gr\ cm^2\ sec^{-2}$,
„ „ Leistung (Arbeit/Zeit):	Watt $10^7\ gr\ cm^2\ sec^{-3}$.
„ den Induktionskoëffizienten:	Quadrant $= 10^9\ cm$.

Vorgesetztes Mega (Mikro) bedeutet 10^6 (10^{-6}) der Einheit.

1 Volt = 1 Ohm . 1 Ampère;

1 Coulomb = 1 Ampère . 1 sec = 1 Volt . 1 Farad;

1 Joule = 1 Ohm . 1 Ampère^2 . 1 sec;

1 Watt = 1 Ohm . 1 Ampère^2.

Zur praktischen Herstellung dieser Einheiten dienen ferner folgende Festsetzungen:

1 Ampère ist diejenige Stromstärke, die in *1 sec 0,001118 gr* Silber elektrolytisch ausscheidet.

1 Ohm ist gleich dem Widerstand einer Quecksilbersäule von *106,0 cm* Länge und *0,01* cm^2 Querschnitt bei 0^0, äquipotentielle Endflächen vorausgesetzt.

Dieses legale Ohm gleich *1,060* Siemens Einheit, Werner v. Siemens (b), ist etwa *3 tausendstel* kleiner als das wahre Ohm (vergl. **191.** und Tab. 18), und es ist auch bei Bestimmungen anderer Grössen, E. M. K., Stromarbeit, Kapazitäten, Induktionskoëffizienten, kritische Geschwindigkeit zu beachten, ob dieselben auf legale oder auf wahre Ohm bezogen sind.

1 Volt ist diejenige E. M. K., die in dem Widerstande *1 Ohm*, wie er oben definiert ist, die Stromstärke *1 Ampère* erzeugt. Man unterscheidet daher auch legale und wahre Volt. Ein Volt ist sehr nahe gleich *300* e. s. M. Einheiten.

1 Watt ist diejenige Arbeit, die von *1 Ampère* in einer Sekunde in *1 Ohm* geleistet wird; auch hier sind legale und wahre Watt zu unterscheiden.

Kapitel 1.
Hülfsmessungen.

Winkelmessung mit Fernrohr, Spiegel und Skale.

Poggendorff (a), Gauss (c).

44. Um kleine Winkel (Drehungen, Ausschläge) zu messen, wird mit dem sich drehenden Gegenstande (Magnetnadel, beweglichen Stromkreis und dergl.) ein Spiegel fest verbunden, diesem gegenüber in genau gemessenem Abstande (etwa *50* bis *500 cm*) eine Millimeterskala senkrecht zur Drehungsaxe aufgestellt, und ein mit Fadenkreuz versehenes Fernrohr so gerichtet, dass das Spiegelbild der Skale in demselben erscheint.

Zur Vermeidung von Unsymmetrie bei Beobachtung entgegengesetzter Ablenkungen und von weitläufigen Korrektionen bei genauen Messungen wird die Skala womöglich so aufgestellt, dass das vom Spiegel auf sie gefällte Lot ihre Mitte trifft, und das Fernrohr so, dass bei Gleichgewichtslage des Spiegels der mittlere Teilstrich der Skale im Fadenkreuz liegt.

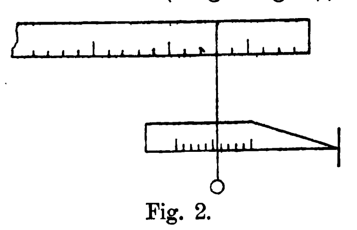
Skale und Fernrohr sind meist miteinander verbunden, können aber auch nach Bedarf unabhängig von einander aufgestellt werden; der Abstand des Fernrohrs vom Spiegel ist dann beliebig zu wählen und natürlich ohne Einfluss auf die gemessene Ablenkung.

45. Aufstellung und Orientierung. Die Skale wird zuerst senkrecht zur Drehungsaxe geeignet aufgestellt, meist horizontal oder vertikal, was mittels Senkels oder Libelle leicht zu erreichen ist; die Senkrechtstellung zur Verbindungslinie ihrer Mitte mit der Mitte des Spiegels wird durch Aufsetzen

eines rechten Winkels auf die Mitte und Hinübervisieren nach dem Spiegel, genauer durch Messung der Abstände des Spiegels von den Enden der Skale erreicht. Sind Fernrohr und Skale fest miteinander verbunden, so kann man auch erst die Skale senkrecht zur Fernrohraxe stellen (eine genaue Methode hierfür giebt G. Wiedemann (a)). Man sucht nun mit blossem Auge das Bild der Skale im Spiegel, schiebt das Fernrohr vor das Auge und stellt zunächst auf den Spiegel, dann durch Einschieben des Okulars auf das Skalenbild ein und verschiebt so lange, bis der mittlere Teilstrich im Fadenkreuz liegt. Auf genaue Einstellung, so dass Fadenkreuz und Skalenteile sich beim Bewegen des Auges nicht gegeneinander verschieben (Parallaxe), ist zu achten; Verschieben der vorderen Okularlinse zwischen Fadenkreuz und Auge stellt auf andere Sehweite ein.

Sind Fernrohr und Skale fest verbunden, so sucht man zunächst das Spiegelbild des eigenen Auges in der geeigneten Entfernung, dann das Fernrohr vor die Augen bringend und an demselben vorbeivisierend das Spiegelbild der Skale, das dann leicht auch im Gesichtsfeld des Fernrohrs zu erhalten ist.

46. Abstand von Spiegel und Skale (Skalenabstand). Zwei feine Senkel, deren Abstand an einem nivellierten Maassstab genau gemessen wird, werden in die zur Skale lotrechte Verbindungslinie der letzteren mit dem Spiegel gebracht. Der kleine Abstand derselben vom Spiegel (bezw. Skale) wird mittels zugespitzter und mit *mm*-Teilung versehener Stücke Spiegelglas gemessen, deren Spitze dem Spiegel bis zur Berührung genähert wird (vergl. Fig. 2); man kann so den Skalenabstand ohne Schwierigkeit auf $^1/_{10}$ *mm* genau bestimmen. F. Kohlrausch (p). Man kann auch einen beiderseits reflektierenden Spiegel benutzen, mit zwei symmetrisch aufgestellten Skalen von beiden Seiten beobachten und den leichter zu ermittelnden Abstand der beiden Skalen messen. W. Weber (g).


Fig. 2.

Ferner kann man mittels eines Theodoliten den ganzen

Abstand zwischen Spiegel und Skale durch Vergleich mit einem genau gemessenen Teil desselben, zwischen zwei Senkeln etwa, bestimmen. G. Wiedemann (a).

47. Korrektionen sind noch wegen verschiedener Umstände an dem wie vorstehend gemessenen Abstand a der durch Spiegel und Skale gelegten Vertikalebenen anzubringen.

1. Spiegeldicke. Falls die Hinterfläche des Glasspiegels die reflektierende Fläche ist, ist a um $^2/_3$ der Spiegeldicke zu vermehren (Brechungsexponent des Glases $= 1,5$ angenommen). Einstellen eines Mikroskops auf einen Punkt auf der vorderen Spiegelfläche und sein Spiegelbild misst durch die Verschiebung die doppelte optische Spiegeldicke.

F. Kohlrausch (q).

2. Deckglasdicke. Sind zwischen Spiegel und Skale Platten (Deckglas) vom Brechungsexponenten n und der Dicke d eingeschoben, so ist von a zu subtrahieren $d\,(n - 1)\,/\,n$.

Für Glas ist sehr nahe $(n - 1)\,/\,n = {}^1/_3$.

3. Spiegelneigung. Es sei, Figur 3, ab die Drehungsaxe des Spiegels, S der Spiegel, s die Skale, senkrecht zur Zeichnungsebene stehend, cd parallel ab, Sf die Visierlinie des Fernrohrs, Sn die Spiegelnormale, Sh die Horizontale. Bei vertikaler Drehungsaxe ist hS der oben gemessene Skalenabstand a, bei horizontaler sS.

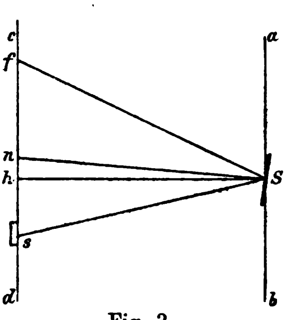


Fig. 3.

Im ersten Fall hat man a zu multiplizieren mit
$$1 + \frac{nf\,.\,nh}{hS^2},$$
im zweiten mit
$$1 - {}^1/_2\,\frac{nf^2 + nh^2}{sS^2},$$
wo nf und nh gleiche oder entgegengesetzte Zeichen haben, je nachdem f und h auf gleichen oder entgegengesetzten Seiten von n liegen. Es ist sehr nahe

$nf = {}^1/_2 sf$ und $nh = {}^1/_2 sf - hs$. F. Kohlrausch (q).

48. Korrektionen an den Skalenablesungen.

1. Teilfehler. Dieselben werden mit dem Komparator durch Vergleich mit einer Normalteilung bestimmt; eine graphische Darstellung, die Teilstriche als Abscissen, die Fehler in Hundertstel Teilstrichen als Ordinaten ist für die Anwendung bequem.

2. Krümmung der Skale. Ein dicht vor der Skale gerade ausgespannter dünner Draht, dessen Abstand von der Skale an verschiedenen Stellen geschätzt wird, dient zur Bestimmung derselben. Liegt der $n$te Theilstrich um ε Teilstriche vor oder hinter der Mitte, so ist der Ausschlag n zu multiplizieren mit $1 + \varepsilon / a$ oder $1 - \varepsilon / a$.

Bei guten Skalen (Glasskalen) sind beide Korrektionen *1* und *2* klein.

3. Spiegelkrümmung. Ist r der Krümmungshalbmesser des Spiegels (+ für konkave, — für konvexe Krümmung), δ der Abstand des Spiegels von der Drehungsaxe, so sind die beobachteten Ausschläge zu multiplizieren mit

$$1 - \frac{\delta}{r}.$$

Bestimmung von r: Man stellt das Fernrohr auf das Skalenbild scharf ohne Parallaxe ein, sodann direkt auf einen Maassstab hinter dem Spiegel im ungefähr doppelten Abstande, den man so lange ändert, bis auch diese Einstellung bei ungeändertem Fernrohr scharf ist. Ist a der Abstand der Skale, l der des Fernrohrobjektivs vom Spiegel, l' der Abstand des Objektivs vom Maassstab, so ist

$$r = 2a \frac{l' - l}{l' - l - a}.$$ F. Kohlrausch (q).

4. Deckglaskrümmung. Ist f die Brennweite des Deckglases (+ für Sammel-, — für Zerstreuungslinsen), e der Abstand des Deckglases vom Spiegel, so sind die beobachteten Ausschläge zu multiplizieren mit

$$1 + \frac{a - e}{a} \cdot \frac{e}{f}.$$

Die Korrektionen *3* und *4* kann man auch mit entgegengesetztem Vorzeichen an dem Skalenabstand a anbringen.

Bestimmung von f: Man stellt ein Fernrohr auf einen Maassstab im Abstande l vom Objektiv ohne Parallaxe ein, bringt das Deckglas vor das Objektiv in derselben Lage, die es vor dem Spiegel hat, und verschiebt den Maassstab bis zu abermaliger scharfer Einstellung; sein Abstand vom Objektiv sei dann l', so ist

$$f = \frac{l \cdot l'}{l - l'}.$$ F. Kohlrausch (q).

49. Zurückführung der Ausschläge auf den Winkel und seine Funktionen. Es sei jetzt a der korrigierte Skalenabstand, n_1 und n_2 zwei korrigierte Skalenablesungen, die einer Drehung des Spiegels um den Winkel φ entsprechen, wobei eine durchgehende Bezifferung der Skale von einem Ende zum anderen, nicht, wie bei älteren Skalen wohl, von der Mitte nach beiden Seiten angenommen ist, so ist, wenn n_1 der Fusspunkt des Lotes vom Spiegel auf die Skale,

$$\varphi = {}^1/_2 \, arctg \, \frac{n_2 - n_1}{a}$$

in absolutem Bogenmaass.

Multiplikation mit $360 / 2\pi = 57^0{,}296$ ($lg = 1{,}75812$) ergiebt den Winkel in Bogengraden.

Näherungsweise kann man für kleine Winkel setzen

$$\varphi = tg\,\varphi = sin\,\varphi = \frac{n_2 - n_1}{2a}.$$

Genauer ist, wenn

$$\delta = \frac{n_2 - n_1}{a},$$

$$\varphi = \frac{\delta}{2}\left\{1 - \frac{1}{3}\delta^2 + \frac{1}{5}\delta^4 - \frac{1}{7}\delta^6 + \dots\right\}$$

$$tg\varphi = \frac{\delta}{2}\left\{1 - \frac{1}{4}\delta^2 + \frac{1}{8}\delta^4 - \frac{5}{64}\delta^6 + \dots\right\}$$

$$sin\,\varphi = \frac{\delta}{2}\left\{1 - \frac{3}{8}\delta^2 + \frac{31}{128}\delta^4 - \dots\right\}$$

$$2\,sin\,\frac{\varphi}{2} = \frac{\delta}{2}\left\{1 - \frac{11}{32}\delta^2 + \frac{431}{2048}\delta^4 - \dots\right\}$$

Vergl. Tab. 1, woselbst die Korrektionsglieder für φ und $tg\varphi$ von $\delta = 0{,}01$ bis $0{,}3$, für $sin\,\varphi$ und $2 sin\varphi / 2$ von $\delta = 0{,}01$ bis $0{,}2$, mit einer stets ausreichenden Genauigkeit

angegeben sind. Für grössere δ ist die genaue Formel für φ vorzuziehen.

Fällt n_1 nicht mit dem Fusspunkt n_0 des Lotes vom Spiegel auf die Skale zusammen, so ist

$$\varphi = {}^1/_2 \left[arctg \frac{n_2 - n_0}{a} - arctg \frac{n_1 - n_0}{a} \right]$$

und für δ^2 ist zu setzen

$$\delta^2 + 2\delta \frac{n_1 - n_0}{a}.$$

Die Genauigkeit der Winkelmessung mit Spiegel und Skale ist sehr weitgehend; bei nicht zu kleinen Winkeln ist ein Zehntausendstel unschwer zu erreichen.

Auf Winkel über $^1/_2$ (etwa 28^0) ist sie nicht wohl mehr anwendbar, wenn man nicht zwei unter einem Winkel gegeneinander geneigte Spiegel verwenden will.

In England wird die Fernrohrablesung weniger zweckmässig durch Ablesung einer mittels des Spiegels auf die Skale projizierten festen Lichtmarke ersetzt.

Schwingungsdauer und Dämpfung.

50. Schwingungsdauer. Man unterscheidet einfache und vollständige Schwingung; die letztere umfasst einen Hin- und Rückgang, ihre Dauer ist das Doppelte von der der einfachen, der Zeit nämlich, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten verstreicht.

Man beobachtet eine längere Reihe in gleichen Abständen aufeinanderfolgender Zeitpunkte, zu denen ein Index am schwingenden System an einer festen Marke in der Nähe der Ruhelage vorübergeht (oder ein bestimmter, ausgezeichneter Skalenteil am Fadenkreuz bei Spiegelablesung) entweder durch graphische Aufzeichnung (Chronograph) oder durch direkten Vergleich mit einem Sekundenklopfer (Uhr), wobei Zehntelsekunden nach den Abständen des Index von der Marke beim vorhergehenden und folgenden Sekundenschlage geschätzt werden. Die sämmtlichen Beobachtungen werden in eine gerade Anzahl, $2m$, Gruppen von je $2n$ Beobachtungen ein-

geteilt; die arithmetischen Mittel aus den Beobachtungen der *1., 2.,... m.* Gruppe werden subtrahiert bezw. von denen der $m + 1.$, $m + 2. \ldots 2\,m.$ Gruppe; die Unterschiede geteilt durch die Anzahl der zwischenliegenden Schwingungen ergeben die aus den Beobachtungen zu entnehmenden Werte der Schwingungsdauer. Die ganze Zahl der zwischen zwei der beobachteten Zeitpunkte liegenden Schwingungen ist mittels eines Näherungswertes der Schwingungsdauer leicht zu erhalten. Bei langsamen Schwingungen beobachtet man sämtliche aufeinanderfolgenden Durchgänge; bei schnelleren überspringt man zweckmässig eine jedesmal gleiche Anzahl. Auch braucht man nicht sämtliche $2\,m$ Gruppen zu beobachten, sondern kann sich namentlich bei schnelleren Schwingungen mit der *1., 2., ... p.*, $(m + 1).$, $(m + 2).$, ... $(m + p).$ $(p < m)$ begnügen.

Sind also

$$\begin{array}{ll} t_1\; t_2 \ldots t_{2n} & t_{m+1}\; t_{m+2} \ldots t_{m+2n} \\ t_{2n+1} \ldots t_{4n} & t_{m+2n+1} \ldots t_{m+4n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \end{array}$$

eine Anzahl beobachteter Durchgangszeiten, so ist die einfache Schwingungsdauer das Mittel aus den Werten

$$\frac{1}{m}\left\{\frac{t_{m+1} + t_{m+2} + \ldots + t_{m+2n}}{2n} - \frac{t_1 + t_2 + \ldots + t_{2n}}{2n}\right\}$$

$$\frac{1}{m}\left\{\frac{t_{m+2n+1} + \ldots + t_{m+4n}}{2n} - \frac{t_{2n+1} + \ldots + t_{4n}}{2n}\right\}$$

u. s. f.,

wenn m die Zahl der einfachen Schwingungen zwischen t_1 und t_{m+1} ist. Ist t' ein Näherungswert der Schwingungsdauer, so ist

$$m = \frac{t_{m+1} - t_1}{t'}.$$

Auf diese Weise kann man eine Genauigkeit von 1 Zehntausendstel erreichen.

51. Vergleich zweier nahe gleichen Schwingungsdauern; Methode der Koinzidenzen oder Schwebungen.

Man beobachtet in einem längeren Zeitraum die Zahl der Zeitpunkte, in denen die beiden Schwingungen gleiche Phase haben (gleichzeitiger Durchgang durch die Gleichgewichtslage

z. B.), Koinzidenzen oder Schwebungen. Ist t die Zeit zwischen zwei Schwebungen im Mittel, t_1 und t_2 die beiden verglichenen Schwingungsdauern, so ist

$$\frac{1}{t_1} = \frac{1}{t_2} \pm \frac{1}{t} \text{ oder } t_1 = \frac{t_2\, t}{t \pm t_2}.$$

Das obere oder untere Vorzeichen ist zu wählen, je nachdem t_1 kleiner oder grösser ist, als t_2.

52. Vergleich einer Schwingungsdauer mit der Umlaufszeit eines rotierenden Systems.

1. Mit dem Chronographen. Durch elektrische Kontakte, die bei jedem Umlauf und jeder Schwingung kurze Zeit geschlossen werden, wird die Zahl beider eine längere Zeit hindurch auf einem fortlaufenden Papierstreifen selbstthätig aufgezeichnet und dann nachgezählt.

2. Stroboskopische Methode. Mit dem rotierenden System wird eine Scheibe verbunden, auf der eine Anzahl konzentrischer Ringe in abwechselnd schwarze und weisse gleiche Abteilungen geteilt sind. Dieselbe wird durch mehrere Diaphragmen hindurch beobachtet, die durch Verbindung mit dem schwingenden System nur intermittierend beim Durchgang desselben durch die Gleichgewichtslage den Durchblick gestatten. Es erscheint dann derjenige Ring ruhend, der während der Dauer einer einfachen Schwingung um genau zwei Abteilungen, eine schwarze und eine weisse, fortgerückt ist, während die anderen langsam vor- oder zurückzulaufen scheinen. Ist n die Zahl der schwarzen Abteilungen des betreffenden Ringes, t_1 die Umlaufszeit, t_2 die einfache Schwingungsdauer, so ist $t_1 = n\,.\,t_2$ oder es steht in einfachen Verhältnis zu $n\,.\,t_2$, was leicht durch einen Kontrollzähler zu ermitteln ist.

Rayleigh (b).

53. Korrektion der Schwingungsdauer wegen der Amplitude. Aus der beobachteten Schwingungsdauer t bei der Amplitude a erhält man diejenige für unendlich kleine Amplitude t_0 nach der Formel

$$t_0 = t\left(1 - \frac{1}{4}\sin^2\frac{a}{4} - \frac{5}{64}\sin^4\frac{a}{4} - \ldots\right). \quad \text{Tab. 2}$$

Oder beim Ausschlage n im Abstande a von Spiegel und Skale

$$t_0 = t\left(1 - \frac{1}{256}\frac{n^2}{a^2}\right).$$

Nimmt die Schwingungsweite während der Beobachtungszeit von a_1 bis a_n ab, so ist zu setzen

$$a = \frac{a_1 + a_n}{2},$$

oder genauer

$$a = \frac{a_1 + a_n}{2}\left(1 - \frac{1}{6}\left(\frac{a_n - a_1}{a_n + a_1}\right)^2\right).$$

Ueber den Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungsdauer vergleiche die folgenden Abschnitte.

54. Dämpfung bei Schwingungsbewegung.

Wir nehmen an, dass die dämpfende Kraft der Geschwindigkeit der Schwingungsbewegung proportional sei.

Zur Bestimmung der Dämpfung werden eine Reihe aufeinanderfolgender Umkehrpunkte $n_1, n_2 \ldots n_m, n_{m+1} \ldots n_p, n_{p+1} \ldots$ beobachtet und aus diesen die Schwingungsbögen

$$n_1 - n_2,\ n_2 - n_3 \ldots n_m - n_{m+1} \ldots n_p - n_{p+1} \ldots$$

berechnet; es ist dann das logarithmische Dekrement der Schwingung, Gauss (f).:

$$\lambda = lg\,(n_1 - n_2) - lg\,(n_2 - n_3) = lg\,(n_2 - n_3) - lg\,(n_3 - n_4)$$
$$= \ldots = \frac{1}{p - m}\left(lg\,(n_m - n_{m-1}) - lg\,(n_p - n_{p-1})\right).$$

Bei Anwendung natürlicher Logarithmen statt der Briggschen erhält man das natürliche logarithmische Dekrement

$$\Lambda = 2{,}3026\,\lambda.$$

Ferner ist das Dämpfungsverhältnis

$$k = \frac{n_1 - n_2}{n_2 - n_3} = \frac{n_2 - n_3}{n_3 - n_4} = \ldots$$
$$= \left(\frac{n_m - n_{m-1}}{n_p - n_{p-1}}\right)^{\frac{1}{p-m}}$$

und $\lambda = lg\,k$, $\Lambda = lgn\,k$. Tab. 3.

Für schwache Dämpfung ist $\Lambda = k - 1$.

Bei $2\,m$ beobachteten Schwingungsbögen bestimmt man k und λ aus dem $1.$ und $m+1.$, dem $2.$ und $m+2.$ u. s. f. und nimmt das Mittel, wobei man den kleinen Schwingungsbögen geringeres Gewicht beilegen kann.

Über die Bestimmung der Dämpfung nach der Zurückwerfungsmethode vergl. **100** (2).

Aus den beobachteten Umkehrpunkten ergiebt sich die Ruhelage annähernd

$$n_0 = \frac{n_1 + 2n_2 + n_3}{4};$$

genauer ist

$$n_0 = \frac{n_1\, n_3 - n_2^2}{n_1 + n_3 - 2n_2} = n_2 + \frac{n_1 - n_2}{1+k}.$$

Zur schnelleren Beruhigung schwach gedämpfter Schwingungen nach erfolgter Ablenkung durch eine konstante Kraft lässt man die Kraft nur während des ersten und letzten Drittels einer einfachen Schwingungsdauer wirken; bei stärkerer Dämpfung vergrössert man den ersten Zeitraum und verkleinert die Unterbrechungszeit. Gauss (d).

55. Die Schwingungsdauer bei gedämpfter Bewegung t ergiebt sich aus der bei ungedämpfter t_0 und der Dämpfung

$$t = t_0 \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{\pi^2}} \qquad \text{Tab. 3.}$$

und bei schwacher Dämpfung annähernd

$$t = t_0 \left(1 + \frac{1}{20}(k-1)^2\right).$$

56. Korrektionen für die Dämpfung; Inkonstanz der Dämpfung. Ist die Dämpfung nicht konstant, sondern von der Schwingungsweite abhängig (Dämpfung einer Magnetnadel in engem Multiplikator), so ist an den beobachteten Werten eine Korrektion anzubringen, um sie auf sehr kleine Schwingungsbögen zurückzuführen.

K. Schering, F. Kohlrausch (ö).

Es sei die dämpfende Kraft bei der Ablenkung φ proportional

$$(1 - M_1\, \varphi^2)\, \frac{d\varphi}{dt},$$

wo $d\varphi / dt$ die Winkelgeschwindigkeit, M_1 eine experimentell zu bestimmende Konstante und Λ' das aus den Schwingungsbögen α_1 und α_2 berechnete natürliche logarithmische Dekrement, so ist das auf sehr kleine Schwingungen reduzierte

$$\Lambda = \Lambda' + \frac{1}{8}\, \alpha_1^2\, M_1 \left(1 - e^{-2\Lambda}\right) \frac{\pi^2 + 7\Lambda^2}{\pi^2 + \frac{1}{4}\Lambda^2}\, \frac{k^3 + 1}{(k+1)^3}.$$

Zur Einsetzung von Λ in das Korrektionsglied genügt ein aus kleinen Schwingungsbögen ermittelter vorläufiger Wert.

Zur Bestimmung von M_1 erteilt man dem schwingenden System dauernde Ablenkungen, so dass seine Mittellage mit der Symmetrielage einen Winkel φ bildet und bestimmt die natürlichen logarithmischen Dekremente Λ_1 und Λ_2 für zwei verschiedene solche Lagen, für die φ die Werte φ_1 und φ_2 habe, es ist dann

$$M_1 = \frac{\Lambda_1 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_2^2} - \Lambda_2 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_1^2}}{\varphi_2^2 \Lambda_1 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_2^2} - \varphi_1^2 \Lambda_2 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_1^2}}.$$

Ist ein Teil der Dämpfung unabhängig von der Schwingungsweite (Luftdämpfung) und Λ_0 das natürliche logarithmische Dekrement desselben, so ist

$$M_1 = \frac{\Lambda_1 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_2^2} - \Lambda_2 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_1^2}}{\varphi_2^2 \Lambda_1 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_2^2} - \varphi_1^2 \Lambda_2 \sqrt{\pi^2 + \Lambda_1^2} + \Lambda_0 (\varphi_1^2 - \varphi_2^2) \sqrt{\frac{(\pi^2 + \Lambda_1^2)(\pi^2 + \Lambda_2^2)}{\pi^2 + \Lambda_0^2}}}.$$

Bei der Dämpfung eines Magnets durch die induzierten Ströme in einem Multiplikator ist $M_1 = 2g$, wo g die dem Winkel 1 entsprechende relative Änderung der Multiplikatorfunktion ist (97.).

Die obige Bestimmung der Dämpfung setzt voraus, dass die auf das schwingende System wirkende Richtkraft dem Ablenkungswinkel proportional zu setzen sei, was für kleine Winkel näherungsweise immer erlaubt ist. Ist die Richtkraft dem *sinus* des Ablenkungswinkel proportional, so hat man dem obigen Ausdruck für Λ (für kleine Schwingungen) noch das weitere Korrektionsglied hinzuzufügen:

$$-\frac{11}{192}\left(1 - e^{-2\Lambda}\right) \frac{1 + \frac{23}{11}\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}{1 + \frac{1}{4}\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}.$$

Trägheitsmoment.

57. Das Trägheitsmoment K eines Körpers in Bezug auf eine Drehungsaxe ist gleich dem über sein Volumen auszudehnenden Integral $\int r^2 \sigma dv$, wo σ das specifische Gewicht und r der senkrechte Abstand des Volumenelementes dv von der Drehungsaxe ist. Zwischen den Trägheitsmomenten desselben Körpers von der Masse m *gr* in Bezug auf zwei verschiedene parallele Axen im Abstand a *cm* von einander besteht die Beziehung $K_1 = K_2 \pm a^2 m$. c. g. s. E.

58. Berechnung des Trägheitsmomentes homogener Körper von regelmässiger Gestalt aus Masse m in *gr* und Dimensionen.

Rechtwinkliges Parallelepiped, Kantenlänge a, b, c *cm*, Drehungsaxe durch den Mittelpunkt parallel der Kante c

$$K = m \frac{a^2 + b^2}{12} \text{ c. g. s. E.}$$

Hohlcylinder, Länge l, Halbmesser r_1 und r_2 *cm*, Drehungsaxe die Cylinderaxe

$$K_1 = m \frac{r_1^2 - r_2^2}{2}.$$

Drehungsaxe durch die Mitte senkrecht zur Cylinderaxe

$$K_2 = m \left(\frac{l^2}{12} + \frac{r_1^2 + r_2^2}{4}\right) = \frac{ml^2}{12} \left(1 + \frac{3(r_1^2 + r_2^2)}{l^2}\right),$$

also näherungsweise, wenn l gross gegen r_1 und r_2

$$K_2 = \frac{ml^2}{12}.$$

Für den Vollcylinder ist $r_2 = o$ zu setzen.

Kugel, Halbmesser r *cm*, Drehungsaxe ein Durchmesser

$$K = \frac{2}{5} mr^2.$$

59. Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes aus der Schwingungsdauer.

Zwischen dem Trägheitsmoment K, der Richtkraft D (**60** ff.) und der Schwingungsdauer t_0 ohne Dämpfung für kleine Bogen (**50** ff.) besteht die Beziehung

$$\frac{K}{D} = \frac{t_0^2}{\pi^2}.$$

Für die Schwingungsdauer t mit Dämpfung vom natürlichen logarithmischen Dekrement $\varLambda$ (**54.**) ist

$$\frac{K}{D} = \frac{t^2}{\pi^2 + \varLambda^2}.$$

Aus zwei dieser Grössen kann man also die dritte ableiten. Über die Bestimmung von t und D bei bifilarer Aufhängung vergl. **50** ff. bezw. **60.** F. Kohlrausch (m).

Ferner kann man das Verhältnis des gesuchten Trägheitsmomentes zu einem bekannten (nach **58.** berechneten) aus dem Verhältnis der Schwingungsdauern ermitteln; gleiche (magnetische) Direktionskraft und Dämpfung vorausgesetzt, ist $K_1 : K_2 = t_1^2 : t_2^2$.

Zu dem Zweck verbindet man mit dem schwingenden System (Magnet) zwei Hohl- oder Vollcylinder symmetrisch zu beiden Seiten der Drehungsaxe und beobachtet die Schwingungsdauer vor und nach dieser Belastung t und t'; ist K' das nach **57.** und **58.** zu berechnende Trägheitsmoment der beiden Cylinder, so ist das des unbelasteten Systems

$$K = K' \frac{t^2}{t'^2 - t^2}. \qquad \text{Gauss (b).}$$

Die Befestigung der Belastungscylinder muss derart sein, dass sie mit dem schwingenden System fest verbunden sind und keine Eigenschwingungen ausführen können. Auch muss man Pendelschwingungen des ganzen Systems zu vermeiden suchen, falls die Drehungsaxe vertikal ist, etwa indem man den Aufhängedraht durch eine Federfahne hindurchführt. Kreichgauer.

Den Abstand der Zusatzgewichte von der Drehungsaxe, gleich dem halben Abstand derselben von einander, bestimmt man am besten mit Hülfe feiner Marken auf ihrer Mitte. Kleine Exzentrizität der Marken und des Schwerpunktes wird unschädlich gemacht, wenn man die Schwingungsdauer zweimal beobachtet nach Umlegen der Massen um 180° um Axen, die der Drehungsaxe des Systems parallel sind, oder auch nach Vertauschung der beiden Massen in ungeänderter Lage, und aus beiden Schwingungsdauern das Mittel nimmt. Dorn (b). Die Zusatzgewichte sollen das Trägheitsmoment verdoppeln bis verdreifachen.

Ändert sich die Direktionskraft bei der Belastung von D in D', so ist t' durch Multiplikation mit $\sqrt{D'/D}$ auf gleiche Direktionskraft mit t zu reduzieren.

Die Genauigkeit bei der Bestimmung von Trägheitsmomenten erreicht etwa $^1/_2$ Tausendstel.

Richtkräfte der Aufhängung.

60. Bifilaraufhängung, Gauss (e), F. Kohlrausch (g), Wild (a, b).

Ein schweres System sei an zwei nahe vertikalen und gleichgespannten Fäden oder Drähten aufgehängt. Es sei

e_1 der obere, e_2 der untere Fadenabstand in *cm*,
l die Fadenlänge in *cm*,
m die Masse des Systems mit der Hälfte der Aufhängungsdrähte in *gr*, s seine Dichte,
g die Schwerbeschleunigung in *cm / sec*^{2}, Tab. 20,

so ist die auf das System von der Aufhängung ausgeübte Direktionskraft

$$D = m \cdot g \frac{e_1 e_2}{4l}\left(1 - \frac{0{,}0012}{s}\right) \text{ in c. g. s. Einheiten.}$$

Korrektionen:

1. Torsionsmoment der Aufhängedrähte. Ist

ϱ der Halbmesser der Aufhängedrähte,
E der Elastizitätsmodul in *gr*-Gewicht / *cm*^{2},

($E = 20 \times 10^8$ für Eisen, $12{,}4 \times 10^8$ für Kupfer, $9{,}0 \times 10^8$ für Messing, $7{,}4 \times 10^8$ für Silber, $0{,}9 \times 10^8$ für Coconseide), so ist das Torsionsmoment der Aufhängedrähte

$$D' = \frac{2\pi}{5} \frac{E \cdot g \cdot \varrho^4}{l}.$$

2. Wegen Drahtsteife ist l zu vermindern um

$$\delta = \varrho^2 \sqrt{\frac{2\pi E}{mg}}.$$

Man bestimmt δ empirisch, indem man ein Stückchen des Drahtes fest einklemmt am einen Ende, in der Entfernung λ

vom Einklemmpunkt mit einem Gewichtchen γ belastet und die Senkung σ dieses Endes beobachtet, dann ist

$$\delta = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{\gamma \cdot \lambda^3}{m \cdot g \cdot \sigma}}.$$

3. Neigung der Fäden gegeneinander. Sind e_1 und e_2 merklich verschieden, so ist l zu multiplizieren mit

$$1 - \frac{1}{8}\left(\frac{e_1 - e_2}{l}\right)^2.$$

4. Ungleiche Fadenspannung und -länge. Sind p_1 und p_2 die Spannungen, l_1 und l_2 die Längen der beiden Drähte und ist

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1+\delta}{1-\delta}, \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon},$$

so ist D zu multiplizieren mit

$$\frac{1-\delta^2}{1-\delta\varepsilon}.$$

Man prüft die gleiche Fadenspannung dadurch, dass der Bifilarkörper an einer genau in der Mitte zwischen den beiden Fäden angebrachten unifilaren Aufhängung gehoben wird, wobei er keine Drehung um die zur Fadenebene senkrechte Horizontale erfahren darf.

Das den Bifilarkörper bei einer Ablenkung a aus der Gleichgewichtslage zurücktreibende Drehungsmoment ist

$$D \sin a + D'a = \left(D + D' \frac{a}{\sin a}\right) \sin a.$$

Für kleine a kann man es gleich $(D + D')\,a$ setzen und für kleine D' (lange und dünne Fäden) gleich $(D + D') \sin a$.

e und l werden mit Komparator bezw. Kathetometer gemessen; bei sehr langen Fäden genügt für l eine Messlatte. Bei grossen Dimensionen ($l = 200$—300 *cm*, $e = 10$—12 *cm*) lässt sich eine Genauigkeit von einigen Zehntausendstel in der Bestimmung von D erreichen.

61. Unifilaraufhängung.

Die Richtkraft der unifilaren Aufhängung kommt fast nur als Korrektion in ihrem Verhältnis zur Richtkraft des magnetischen Feldes, dem Torsionsverhältnis Θ, in Betracht,

von welchem eine angenäherte Kenntnis genügt. Man bestimmt dasselbe, indem man den Faden mit der oberen Befestigung um einen gemessenen Winkel a dreht und die dadurch bewirkte Drehung des aufgehängten Systems φ beobachtet; es ist dann

$$\Theta = \frac{\varphi}{a - \varphi}.$$

Ist die obere Befestigung nicht drehbar, so erteilt man der unteren, d. h. dem aufgehängten System eine solche von 360^0 ($a = 2\pi$). Durch Drehungen im entgegengesetzten Sinne wird der Einfluss einer Torsion des Aufhängefadens in der Ruhelage ausgemerzt; bei torsionsfreier Aufhängung entsprechen gleichen und entgegengesetzten Werten von a ebensolche von φ.

Richtkräfte des Magnetfeldes.

62. Auf einen um eine vertikale Axe drehbaren Magneten oder Stromkreis vom magnetischen Moment M (**3.**) oder $f.i$ (**17.**) wirkt im magnetischen Felde von der Horizontalintensität H eine Direktionskraft $M.H$ oder $f.i.H$, die mit dem *sinus* des Winkels zwischen magnetischer Axe und Richtung von H multipliziert, das auf den Magneten oder Stromkreis ausgeübte Drehungsmoment ergiebt. H kann vom Erdmagnetismus oder auch von künstlichen Magnetfeldern herrühren.

63. Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus nach der Methode von Gauss (a).

1. Bestimmung von $M.H$. Es sei

M das magnetische Moment eines Magnetstabes,
K sein Trägheitsmoment (**57** ff.) in c. g. s. E.,
Θ das Torsionsverhältnis seiner Aufhängung (**61.**),
t seine auf kleine Bögen reduzierte Schwingungsdauer ohne Dämpfung (**50** ff.) in *sec*,
H die Horizontalintensität des Feldes, so ist

$$M.H = \frac{\pi^2 K}{t^2(1+\Theta)}. \tag{1}$$

2. Bestimmung von M / H.

Der mit seiner Axe horizontal und ostwestlich gelegte Magnet wirke auf die kleine Magnetnadel eines Magnetometers, deren Mitte in der Verlängerung seiner Axe (erste Hauptlage) oder in der zu seiner Axe senkrechten horizontalen Mittellinie (zweite Hauptlage) liegt. Es sei

φ_1 und φ_2 der Ablenkungswinkel der Magnetnadel aus dem Meridian (**44** ff.) in 1. und 2. Hauptlage,

a_1 und a_2 der Abstand zwischen den Mittelpunkten von Magnet nnd Nadel in 1. und 2. Hauptlage in *cm*,

λ der Polabstand des Magnets, (**2.**),

λ' der Polabstand der Nadel, (**2.**),

Θ' das Torsionsverhältnis der Nadelaufhängung (**61.**), so ist

$$(2a)\quad \begin{cases} \dfrac{M}{H} = \tfrac{1}{2}\, a_1^3\, tg\, \varphi_1\, (1 + \Theta') \left(1 - \tfrac{1}{4}\, \dfrac{\lambda^2 - \tfrac{3}{2}\lambda'^2}{a_1^2}\right)^2 & \text{oder} \\[2ex] \dfrac{M}{H} = a_2^3\, tg\, \varphi_2\, (1 + \Theta') \left(1 + \tfrac{1}{4}\, \dfrac{\lambda^2 - 4\lambda'^2}{a_2^2}\right)^{3/2}. \end{cases}$$

Ist λ klein gegen a (höchstens $1/_{10}$), so ist näherungsweise

$$(2b)\quad \begin{cases} \dfrac{M}{H} = \tfrac{1}{2}\, a_1^3\, tg\, \varphi_1 \left(1 + \Theta' - \dfrac{\lambda^2}{2a_1^2} + \tfrac{3}{4}\, \dfrac{\lambda'^2}{a_1^2}\right) & \text{oder} \\[2ex] \dfrac{M}{H} = a_2^3\, tg\, \varphi_2 \left(1 + \Theta' + \tfrac{3}{8}\, \dfrac{\lambda^2}{a_2^2} - \tfrac{3}{2}\, \dfrac{\lambda'^2}{a_2^2}\right). \end{cases}$$

Man eliminiert λ und λ' durch Beobachtungen bei zwei Abständen a und a', die zweckmässig im Verhältnis *1* : *1,3* bis *1,5* zu wählen sind, und erhält, wenn φ und φ' die entsprechenden Ablenkungen:

$$(3a)\quad \begin{cases} \dfrac{M}{H} = \tfrac{1}{2}\, \dfrac{a_1^5\, tg\, \varphi_1 - a_1'^5\, tg\, \varphi_1'}{a_1^2 - a_1'^2}\, (1 + \Theta') & \text{oder} \\[2ex] \dfrac{M}{H} = \dfrac{a_2^5\, tg\, \varphi_2 - a_2'^5\, tg\, \varphi_2'}{a_2^2 - a_2'^2}\, (1 + \Theta') & \text{oder genauer} \end{cases}$$

$$(3b)\quad \begin{cases} \dfrac{M}{H} = \tfrac{1}{2} \left\{ \dfrac{a_1^2 - a_1'^2}{\sqrt{a_1\, ctg\, \varphi_1} - \sqrt{a_1'\, ctg\, \varphi_1'}} \right\}^2 (1 + \Theta') & \text{oder} \\[2ex] \dfrac{M}{H} = \left\{ \dfrac{a_2^2 - a_2'^2}{\sqrt[3]{ctg^2\, \varphi_2} - \sqrt[3]{ctg^2\, \varphi_2'}} \right\}^{3/2} (1 + \Theta'). \end{cases}$$

F. Kohlrausch (t).

Zur Bestimmung der Polabstände λ und λ' hat man ferner die Gleichungen:

$$\lambda^2 - {}^3/_2\lambda'^2 = 4\,\frac{\sqrt{a_1{}^3\,tg\,\varphi_1} - \sqrt{a'_1{}^3\,tg\,\varphi'_1}}{\sqrt{\frac{tg\,\varphi_1}{a_1}} - \sqrt{\frac{tg\,\varphi'_1}{a'_1}}},$$

$$\lambda^2 - 4\lambda'^2 = 4\,\frac{a_2{}^2\,\sqrt[3]{tg^2\,\varphi_2} - a'_2{}^2\,\sqrt[3]{tg^2\,\varphi'_2}}{\sqrt[3]{tg^2\,\varphi'_2} - \sqrt[3]{tg^2\,\varphi_2}}.$$

Für gestreckte Magnete ist der Polabstand sehr nahe gleich $^5/_6$ der Länge; dies kann man für den Polabstand λ' der Nadel in den vorstehenden Gleichungen benutzen. Für eine Kreisscheibe vom Durchmesser d ist

$\lambda' = 0{,}80\,d$ in 1. Hauptlage,
$\lambda' = 0{,}66\,d$ in 2. Hauptlage zu setzen.

F. Kohlrausch (t).

Aus den Gleichungen *1* in Verbindung mit *2* oder *3* ist sowohl die Feldstärke H für den Ort der Magnetnadel, wie das magnetische Moment M zu berechnen, wobei vorausgesetzt ist, dass das Magnetometer bei der zweiten denselben Platz einnimmt, wie der schwingende Magnet bei der ersten (vergl. unten).

Die schwierige und genau auszuführende Messung der Abstände a bei den Ablenkungsbeobachtungen wird durch folgende Anordnung erleichtert. Man stellt zwei Magnetometer im Abstande $2b$ ihrer Kokonfäden auf und verschiebt den in einer Fassung mit Nonius befestigten Magnet um die Strecke $2c$ symmetrisch gegen die Mitte zwischen den Magnetometern; es ist dann

$a = b - c \qquad a' = b + c.$ F. Kohlrausch (p).

Durch Vertauschen der Magnetometer und Mittelnahme der erhaltenen Ablenkungen wird eine etwaige Unsymmetrie der Anordnung ausgeglichen. Man erhält in M / H den Mittelwert von H für die Orte der beiden Magnetometer. Ausserdem werden immer beiderseitige Ablenkungen der Magnetnadeln durch Umlegen des Magneten um eine vertikale Axe beobachtet.

Der Wert von H in $M . H$ bezieht sich auf den Ort des schwingenden Magnetstabes. Man hat die verschiedenen Werte von H, wenn nötig, aufeinander zu beziehen (**70.**).

64. Korrektionen bei der Methode von Gauss.

1. Zeitliche Änderungen von H. Da die Horizontalintensität im allgemeinen bei der Bestimmung von $M \cdot H$ einen anderen Wert hat, als bei der von M / H, so hat man die Beobachtungen auf denselben Stand eines geeigneten Intensitätsvariometers zu reduzieren (vergl. F. Kohlrausch (e)).

Ebenso sind Änderungen der Deklination durch gleichzeitige Beobachtung eines Deklinationsvariometers zu berücksichtigen. Bei geeigneter Abwechselung in der Beobachtung der beiderseitigen Ausschläge fällt ihr Einfluss zum grössten Teil heraus.

2. Änderungen von M. Man soll zu den Beobachtungen einen guten permanenten Magneten benutzen, wie man ihn nach dem Verfahren von Strouhal und Barus (a) durch wiederholtes Magnetisieren und jedesmal darauffolgendes stundenlanges (6 Stunden und länger) Erwärmen in Wasserdampf (Kochen) erhält. Zu berücksichtigen ist dann noch erstens die Änderung des Magnetismus mit der Temperatur, weswegen Temperaturschwankungen möglichst zu vermeiden sind (der Magnet soll nie mit der blossen Hand angefasst werden); mittels des zu bestimmenden Temperaturkoëffizienten wird M auf eine mittlere Temperatur reduziert; den Temperaturkoëffizienten δ bestimmt man, indem man durch den Magneten in horizontaler, um φ gegen den Meridian geneigter Lage eine kleine Magnetnadel in gleicher Höhe nördlich oder südlich um nahe 90^0 aus dem Meridian ablenken lässt und den Unterschied in der Einstellung der letzteren β bei den Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 des im Petroleumbad erwärmten Magnets beobachtet; es ist

$$\delta = {}^1/_2 \, tg \, \varphi \, \frac{\beta}{\vartheta_2 - \vartheta_1}. \quad \text{F. Kohlrausch (m).}$$

Zweitens das durch den Erdmagnetismus in der Nord-Südlage (bei Bestimmung von $M \cdot H$) induzierte magnetische Moment. Der relative Unterschied der Momente eines Magnets bei Nord-Süd- und Ost-Westlage heisst sein Induktionskoëffizient Δ durch die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus; der Wert von $M \cdot H$ ist mit $1 - \Delta$ zu multiplizieren. Man bestimmt Δ auf folgende Weisen:

Eine Drahtspule von grösserer Länge als der Magnet wird um eine vertikale Axe aus der Nord-Südlage um *180°* gedreht, einmal, wenn der Magnet in der Spule liegt, sodann ohne denselben; man bestimmt die Impulsivausschläge a und a_0 eines ballistischen Galvanometers (**99.**), das mit der Spule zu einem Stromkreis verbunden ist; ausserdem wird noch der Impulsivausschlag bestimmt, den man durch Einstossen oder Herausziehen eines kleinen Magneten von bekanntem Moment M_1 in die Spule, bezw. aus derselben erhält; dann ist

$$\Delta = {}^1/_2 \frac{M_1}{M} \frac{a - a_0}{a_1}. \qquad \text{W. Weber (e).}$$

Oder man legt noch eine zweite Spule um die erste, erzeugt in ihrem Innern durch einen geeigneten elektrischen Strom ein magnetisches Feld gleich dem der Horizontalintensität (**76.**) und kehrt die Richtung desselben durch Stromwenden um; wie vorher wird der Impulsivausschlag des Galvanometers mit und ohne Magnet bestimmt oder der letztere durch eine zweite gleiche Doppelspule kompensiert (vergl. Wild (b) F. Kohlrausch (m), Töpler und Ettingshausen (a)).

Aus dem Induktionskoëffizienten für Längsmagnetisierung und den Dimensionen des Magnets lässt sich der für Quermagnetisierung berechnen. Dorn (b), F. Kohlrausch (n).

65. Für gute, permanente nach Strouhal und Barus (a) behandelte gestreckte Magnetstäbe aus hartem Stahl ist:

der spezifische Magnetismus, d. h. das magnetische Moment der Gewichtseinheit, *20—35* c. g. s. Einheiten, F. Kohlrausch (m); erreichbar ist etwa *100* bei sehr gestreckten Magneten, für temporären Magnetismus *180*;

der Temperaturkoëffizient bei gewöhnlichen Temperaturen — *0,0003* bis — *0,0006*, F. Kohlrausch (e);

der Induktionskoëffizient durch das Feld *1* c. g. s, Einheiten, etwa *0,2* bis *0,3* c g. s. Einheiten auf das Gramm. durch die Horizontalintensität also etwa

0,04 bis *0,06* c. g. s. Einheiten

auf das Gramm. F. Kohlrausch (m).

Die magnetischen Momente von drei nahe gleichen Magnetstäben lassen sich auch mit der Wage, H. v. Helmholtz (b), Köpsel (b) oder mittels Bifilaraufhängung, Lippich, bestimmen.

66. Horizontalintensität; Methode von Töpler (b) mit der Wage. Bestimmung von $M \,.\, H$.

Ein Magnetstab vom Moment M sei in der Mitte eines Wagebalkens mit nahe vertikaler, senkrecht zur Schneidenebene liegender Axe befestigt; die Schwingungsebene der Wage liege im magnetischen Meridian; die Wage werde in zwei Stellungen, die durch eine halbe Umdrehung um eine vertikale Axe erhalten werden, zum Einspielen auf einen bestimmten Skalenteil gebracht; es seien

m_1 und m_2 die erforderlichen Gewichte in gr,
l die Länge des Wagebalkens in cm,
g die Beschleunigung der Schwere in $cm \,.\, sec^{-2}$, Tab. 20, so ist

$$M \,.\, H = {}^1/_2\, (m_1 - m_2)\, g \,.\, l,$$

l ermittelt man aus dem Abstand der Endschneiden

$$l + l' = p$$

und dem Verhältnis der Wagebalken $l' \,/\, l = q$; es ist

$$l = \frac{p}{1 + q}.$$

Die Orientierung der Schwingungsebene in den Meridian geschieht, indem man die Wage in irgend einer Lage zum Einspielen bringt und so lange dreht, bis sie in einer zweiten Lage wieder einspielt, wobei man Interpolation zu Hülfe nimmt; Halbieren des Drehungswinkels ergiebt die Meridianlage.

Die Bestimmung von $M \,/\, H$ geschieht nach der Methode von Gauss, (**63.**)

67. Korrektionen bei der Methode von Töpler

1. Es sei Δ' der Induktionskoëffizient durch die Vertikalintensität des Erdmagnetismus, so ist der Werth von $M \,.\, H$ zu multiplizieren mit $1 \mp \Delta'$, je nachdem der Nordpol abwärts oder aufwärts gerichtet ist.

2. Mängel der Orientierung; steht die magnetische Axe nicht senkrecht zur Schneidenebene, sondern bildet ihre Pro-

jektion auf die Schwingungsebene mit der Normalen der Schneidenebene den Winkel a, während γ der Ausschlag der Wage aus der Gleichgewichtslage bei horizontaler Schneidenebene ist, so ist der Wert von $M.H$ zu multiplizieren mit

$$\cos a - \sin a \operatorname{tg} \gamma.$$

Die richtige Orientierung erkennt man daran, dass der Gewichtsunterschied $m_1 - m_2$ unabhängig ist von γ oder von m_1.

3. Wie bei der Gauss'schen Methode sind Aenderungen von M und H mit der Temperatur und der Zeit zu berücksichtigen (**64**,).

68. Horizontalintensität; bifilarmagnetische Methode von F. Kohlrausch (g).

Ein Magnetstab vom Moment M werde durch eine Bifilaraufhängung von ostwestlicher Richtkraft nahe senkrecht zum Meridian gestellt und wirke auf eine Magnetnadel in erster oder zweiter Hauptlage (**63.**).

Es sei D die Richtkraft der Bifilaraufhängung (**60.**) in c. g. s. E.

a_1 und a_2 der Abstand der Mittelpunkte von Magnet und Nadel in 1. und 2. Hauptlage in *cm*,

α_1 und α_2 die Ablenkung des Magnetstabes aus der Ost-Westrichtung in 1. und 2. Hauptlage (**44** ff.),

φ_1 und φ_2 die Ablenkung der Magnetnadel aus dem Meridian in 1. und 2. Hauptlage (**44** ff.),

λ der Polabstand des Magnetstabes (**2. 63.**), (klein gegen a),

λ' der Polabstand der Nadel (**63.**),

$\varkappa$ das Verhältniss des Nadelmagnetismus zur Horizontalintensität (**63**$_2$.),

Θ' das Torsionsverhältniss der Nadelaufhängung (**61.**),

so ist

$$M.H = D \operatorname{tg} \alpha_1 \left(1 + \frac{\varkappa}{a_1^3}\right) = D \operatorname{tg} \alpha_2 \left(1 - \frac{2\varkappa}{a_2^3}\right).$$

$$M/H = \frac{a_1^3 \operatorname{tg} \varphi_1 (1 + \Theta')}{2 \cos \alpha_1 + \sin \alpha_1 \operatorname{tg} \varphi_1} \left(1 - {}^1/_4 \frac{\lambda^2 - {}^3/_2 \lambda'^2}{a_1^2}\right)^2 \qquad \text{oder}$$

$$M\,/\,H = \frac{a_2^3\, tg\, \varphi_2\,(1+\Theta')}{\cos a_2 - 2 \sin a_2\, tg\, \varphi_2} \left(1 + {}^1\!/_4\, \frac{\lambda^2 - 4\lambda'^2}{a_2^2}\right)^{3/2}.$$

Woraus folgt, wenn Θ'^2 gegen 1, λ^4 und λ'^4 gegen a^4 vernachlässigt wird:

$$H^2 = \frac{2D}{a_1^3}\frac{\sin a_1}{tg\, \varphi_1}\,(1 + {}^1\!/_2\, tg\, a_1\, tg\, \varphi_1)\left(1 - \Theta' + \frac{\varkappa}{a_1^2} + \frac{\lambda^2}{2a_1^2} - {}^3\!/_4\, \frac{\lambda'^2}{a_1^2}\right)$$

oder

$$H^2 = \frac{D}{a_2^3}\frac{\sin a_2}{tg\, \varphi_2}\,(1 - 2\, tg\, a_2\, tg\, \varphi_2)\left(1 - \Theta' - \frac{2\varkappa}{a_2^2} - {}^3\!/_8\, \frac{\lambda^2}{a_2^2} + {}^3\!/_2\, \frac{\lambda'^2}{a_2^2}\right).$$

Bei Beobachtung von a und φ mit Spiegel und Skale braucht man nicht die Skalenabstände $e_a = e_\varphi$ selbst, sondern nur ihren Unterschied genau zu messen; sind beide nahe gleich und $e_\varphi \,/\, e_a - 1 = \varepsilon$, n_a und n_φ die a und φ entsprechenden Skalenausschläge, so ist annähernd

$$\frac{\sin a}{tg\, \varphi}\,(1 + {}^1\!/_2\, tg\, a\, tg\, \varphi) = \frac{n_a}{n_\varphi}\left(1 + \varepsilon - \frac{3n_a^2 - 2n_\varphi^2 - n_a n_\varphi}{8e^2_a}\right).$$

(49.)

$$\frac{\sin a}{tg\, \varphi}\,(1 - 2\, tg\, a\, tg\, \varphi) = \frac{n_a}{n_\varphi}\left(1 + \varepsilon - \frac{3n_a^2 - 2n_\varphi^2 + 4n_a n_\varphi}{8e^2_a}\right).$$

Zweckmässig wählt man a so, dass nahezu $n_a = n_\varphi$ ist.

Auch hier werden beiderseitige Ausschläge unter Umlegen des Magnetstabes um eine vertikale Axe beobachtet. Anwendung zweier Magnetometer zu beiden Seiten des Magnetstabes in gleichem Abstand ergiebt a als die Hälfte ihrer Entfernung von einander (**63.**).

Da $M.H$ und $M\,/\,H$ gleichzeitig beobachtet werden, so fallen die zeitlichen Schwankungen, sowie der induzierte Magnetismus heraus. Nur die Deklinationsänderungen sind bei den Magnetometerablesungen zu berücksichtigen; ebenso die örtlichen Änderungen der Horizontalintensität, wie (**63.**).

Der Polabstand λ des Magnets lässt sich auch hier durch Beobachtung aus zwei Abständen a und a' ermitteln.

Nach Stroud kann man statt des Magnetstabes einen Kreisring aus dünnem Stahlband anwenden, dessen magnetische Axe horizontal liegt; die Magnetnadel wird im Mittelpunkt desselben aufgehängt. Es ist dann von Korrektionen abgesehen

$$M\,/\,H = \frac{r^3 \sin \varphi}{\cos(\varphi - a)} \quad \text{und} \quad M.H = D\, tg\, a$$

Genauer ergiebt sich

$$H^2 = \frac{D \sin a}{r^3 \, tg \, \varphi} \, \frac{1 + tg \, a \, tg \, \varphi}{1 + \Theta'} \left(1 - {}^3/_8 \frac{\lambda^2}{r^2} - {}^1/_8 \frac{b^2}{r^2} + \frac{\varkappa}{r^3}\right),$$

wo b die Breite des Stahlbandes und r der Halbmesser des Magnetringes; vorausgesetzt, dass derselbe gross ist gegen die Dicke des Stahlbandes, hat man keine Korrektion für den Polabstand desselben, ausserdem kann man φ und a gleichzeitig mit demselben Fernrohr messen und hat keine örtlichen Änderungen der Horizontalintensität zu berücksichtigen. —

Auch kann man den Magnetstab weniger zweckmässig durch eine Stromspule ersetzen (bifilargalvanische Methode), (**83.**), W. Thomson (vergl. Maxwell (c) Art. 724), F. Kohlrausch (g), Wild (b), Lippich.

Ferner lässt sich die Horizontalintensität durch gleichzeitige absolute elektromagnetische und elektrodynamische oder elektrochemische Strommessung (Tangentenbussole und absolutes Elektrodynamometer oder Voltameter **85** ff., **89** ff.), sowie durch gleichzeitige Anwendung von Tangentenbussole und Bifilargalvanometer (**83.**) ermitteln.

Mit den Methoden von Gauss und Kohlrausch kann man die Genauigkeit von $^1/_2$ Tausendstel erreichen.

69. Horizontalintensität; bifilarmagnetische Methode von Lippich. Erforderlich sind zwei nahe gleiche Magnete.

1. Der eine wird durch eine Bifilaraufhängung möglichst genau senkrecht zum Meridian gestellt; die Ablenkung des Bifilars aus der Gleichgewichtslage wird durch Drehen der oberen Befestigung beim Umlegen des Magnets annähernd bestimmt. Der zweite Magnet wirke dann mit nord-südlicher Axenrichtung aus gleicher Höhe in dem durch die Mitte des ersten gehenden Meridian auf diesen; die Ablenkungen des letzteren bei zwei um 180° verschiedenen Lagen des zweiten Magnets werden bestimmt, sowohl bei Nord- wie bei Südlage desselben in gleichem Abstand. Es seien

φ die mittlere Ablenkung des ersten bifilar aufgehängten Magnets aus der Ost-Westlage durch den zweiten,

ϑ die Ablenkung des Bifilars aus der Gleichgewichtslage,
D die Direktionskraft des Bifilars in c. g. s. E. (60.),
M_1 und M_2 die magnetischen Momente der beiden Magnete,
λ_1 und λ_2 ihre Polabstände in *cm* (63.),
a der Abstand ihrer Mitten in *cm*, so ist

$$M_1\, M_2 = \frac{Da^3}{2}\, tg\, \varphi\, cos\, \vartheta \left(1 + {}^3/_4\, \frac{\lambda_1^2}{a^2} - {}^1/_2\, \frac{\lambda_2^2}{a^2}\right).$$

wenn λ_1^4 und λ_2^4 gegen a^4 vernachlässigt werden.

Orientierungsfehler. Bildet die Axe von Magnet 1 mit dem magnetischen Meridian den Winkel $90^0 + \vartheta_0$, dieser mit der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Magnete den Winkel ε_1, und die letztere mit der Axe des zweiten Magnets den Winkel ε_2, so ist in dem Ausdruck für $M_1\, M_2$ der Korrektionsfaktor

$$1 + \vartheta_0\, \vartheta + {}^1/_2\, \vartheta_0\, (\vartheta_0 + 2\, \varepsilon_1 - \varepsilon_2) + {}^1/_2\, (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_1\, \varepsilon_2 + \varepsilon_2^2)$$

hinzuzufügen.

2. Die beiden Magnete wirken aus der ersten Hauptlage (63.) auf eine Magnetnadel, der eine östlich, der andere westlich in gleichem Abstand von demselben; es werden die Ablenkungen der Magnetnadel bei gleich- und bei entgegengerichteten Axen der beiden Magnete beobachtet. Es seien

ψ und ψ' die beiden Ablenkungen der Magnetnadel,
a' der mittlere Abstand der Mitten der beiden Magnete von der Mitte der Nadel in *cm*,
λ' der Polabstand der Nadel in *cm* (63.), so ist:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{tg\, \psi \pm tg\, \psi'}{tg\, \psi \mp tg\, \psi'} \quad \text{und}$$

$$H = \frac{4}{a'^3\, tg\, \psi} \left(1 + {}^1/_2\, \frac{tg^2\, \psi'}{tg^2\, \psi}\right) \sqrt{\frac{Da^3}{2}\, tg\, \varphi\, cos\, \vartheta}$$
$$\left(1 + {}^3/_8\, \frac{\lambda_1^2}{a^2} - {}^1/_4\, \frac{\lambda_2^2}{a^2} + {}^1/_4\, \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{a'^2} - {}^3/_4\, \frac{\lambda'^2}{a'^2}\right).$$

Sind die Abstände der beiden Magnete nicht genau gleich, sondern $a'_1 = a'\, (1 + \delta)$, $a'_2 = a'\, (1 - \delta)$, so ist der Ausdruck

für M_1 / M_2 zu multiplizieren mit $(1 + 2\delta + 2\delta^2)$, der für H mit $(1 + {}^3/_2\delta^2)$.

Bei Winkelmessung mit Spiegel und Skale im Abstand e ist:

$$\frac{tg\,\psi + tg\,\psi'}{tg\,\psi - tg\,\psi'} = 1 + \frac{2n'}{n} + \frac{2n'^2}{n^2} \quad \text{und}$$

$$\frac{1}{tg\,\psi}\left(1 + {}^1/_2\,\frac{tg^2\,\psi'}{tg^2\,\psi}\right) = \frac{e}{n}\left(1 + {}^1/_4\,\frac{n^2}{e^2} + {}^1/_2\,\frac{n'^2}{n^2}\right).$$

70. 1) Vergleich der Horizontalintensität an zwei Orten.

1. Man bestimmt die Schwingungsdauer eines Magnets an den beiden Stellen; es ist dann

$$H_1 : H_2 = t_2^2 : t_1^2.$$

2. Man giebt einem Magnet durch eine Richtkraft, die grösser ist, als die des horizontalen erdmagnetischen Feldes, eine nahe ostwestliche Richtung; ist δ der Unterschied der Einstellungen an den beiden Orten, so ist gleiche Temperatur vorausgesetzt:

$$H_2 / H_1 = 1 + B . \delta$$

B ist eine empirisch zu ermittelnde Konstante.

Vergl. F. Kohlrausch (e. i. p.). Zeitliche Änderungen von H sind zu berücksichtigen.

2) Lokaleinflüsse, d. h. die von der nächsten Umgebung der Magnetnadel eines Instrumentes, Gehäuse, Dämpfer, Drahtwindungen u. s. w. ausgeübten kleinen magnetischen Wirkungen ermittelt man, indem man das Instrument auf eine drehbare Unterlage setzt, um einen gemessenen Winkel (5° — 10°) aus der normalen Meridianstellung nach der einen und anderen Seite dreht und die Ablenkung beobachtet. Es sei φ die Drehung des Instrumentes, α die Ablenkung der Nadel weniger dem von der Torsion herrührenden Anteil $\Theta . \varphi$, sowie der durch Deckglaskrümmung bedingten Korrektion bei Spiegelablesung (48_4.), so ist die relative Verstärkung des Magnetfeldes durch den Lokaleinfluss

$$\delta H / H = \alpha / \varphi$$

wobei Proportionalität von α und φ vorausgesetzt ist; entgegengesetzten Vorzeichen beider entspricht eine Schwächung.

Erreicht der Lokaleinfluss einen erheblichen Betrag, so ist das Instrument für genaue Messungen unbrauchbar.

71. Messung grosser Feldstärken durch Induktion. Eine kleine Drahtspule wird mit einem ballistischen Galvanometer von grosser Schwingungsdauer zu einem Stromkreis verbunden und mit seiner Ebene senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes hineingestossen oder herausgezogen oder um 90° um einen Durchmesser aus jener Lage im Felde gedreht; es sei

q die dabei induzierte Elektrizitätsmenge in c. g. s. Einheiten mit dem Galvanometer gemessen (**99.**),
f die Windungsfläche der Drahtspule in cm^2 (**152.**, **154.**),
w der Widerstand des Stromkreises in c. g. s. Einheiten,

so ist die Feldstärke

$$F = \frac{w \cdot q}{f} \text{ in c. g. s. Einheiten.}$$

Anstatt q und w in absolutem Maasse zu bestimmen, kann man F mit der bekannten Intensität des erdmagnetischen Feldes oder mit dem bekannten Moment eines Magnetstabes, oder mit einem Induktionskoëffizienten vergleichen.

1. Mit dem Erdinduktor, Rowland (a), Quincke (b), Ettingshausen. In den Stromkreis werde noch eine weite Drahtspule (Erdinduktor), die sich um 180° um eine vertikale Axe umlegen lässt eingeschaltet. Es sei

f_i die Windungsfläche des Erdinduktors in cm^2 (**152.**, **154.**),
a_i der Impulsivausschlag des Galvanometers beim Umlegen desselben,
a der der induzierten Elektrizitätsmenge q entsprechende Impulsivausschlag,
H die Horizontalintensität des Erdmagnetismus, so ist

$$F = 2 \frac{f_i}{f} \frac{a}{a_i} H.$$

2. Mit langer Drahtspule und Magnetstab, F. Kohlrausch (v), Nernst. Der Erdinduktor sei durch eine lange Drahtspule ersetzt, in welche ein Magnetstab hineingestossen werde. Es sei

n die Windungszahl der langen Spule auf die Längeneinheit (*cm*) der Axe,

M das Moment des Magnetstabes (**63 ff.**),

a_m der von seiner Bewegung herrührende Impulsivausschlag des Galvanometers, so ist

$$F = \frac{4\pi n}{f} \frac{a}{a_m} M.$$

3. Mit zwei Induktionsrollen. W. Thomson (vergl. A. Gray (a)). In den Stromkreis sei die eine von zwei Drahtrollen von bekanntem G. I. C. eingeschaltet, in der anderen werde ein Strom geschlossen oder unterbrochen. Es sei

p der G. I. C. in *cm* (**156.**, **162.**, **165.**),

i die Stromstärke in c. g. s. Einheiten (**78 ff.**),

a_i der durch das Schliessen und Oeffnen bewirkte Induktionsausschlag des Galvanometers, so ist

$$F = \frac{p \cdot i}{f} \cdot \frac{a}{a_i}.$$

72. Grosse Feldstärken aus dem Drehungsmoment einer Stromspule.

1. Mit Bifilaraufhängung, Himstedt (a), Stenger. Eine Stromspule wird mit der Windungsebene parallel den Kraftlinien bifilar aufgehängt und ihre Ablenkung unter Einwirkung des Feldes gemessen; die Methode ist auf horizontale Feldstärken beschränkt. Es sei

f die Windungsfläche der Spule in cm^2 (**152.**, **154.**),

i die Stromstärke in derselben in c. g. s. E. (**78 ff.**)

D die Direktionskraft der Bifilaraufhängung in c. g. s. Einheiten (**60.**),

a die Ablenkung der Spule aus der Gleichgewichtslage, so ist die Feldstärke

$$F = \frac{D \operatorname{tg} a}{f \cdot i}.$$

Die Bifilaraufhängung kann als Stromzuleitung dienen, muss aber so angebracht sein, dass sie kein merkliches Drehungsmoment in dem magnetischen Felde erfährt, oder

dieses muss besonders bestimmt und in Abzug gebracht werden.

2. Mit der Wage, Ångström. Die Stromspule wird an einer Wage befestigt und so in das Magnetfeld gebracht, dass Spulenaxe, Kraftlinien und Drehungsaxe senkrecht zu einander stehen. Der Drehungsmoment wird durch Gewichte an einem Wagebalken gemessen. Es sei

m das Gewicht in *gr*,
g die Beschleunigung der Schwere in *cm.sec*$^{-2}$, Tab. 20.
l die Länge des Wagebalkens in *cm*,
f die Windungsfläche der Spule in *cm*^{2}, (**152.**, **154.**),
i die Stromstärke in c. g. s. Einheiten (**78** ff.), so ist

$$F = \frac{m \cdot g \cdot l}{f \cdot i}.$$

73. Grosse Feldstärken. Kraftwirkung auf einen geraden Stromleiter. W. Thomson. Die Methode ist wie (**72**$_1$.) auf horizontale Feldstärken beschränkt. Die Anordnung zeigt Fig. 4. ab ist ein gerader Stromleiter, der vertikal an einem Pendel befestigt in das Magnetfeld gebracht wird; seine Enden sind mit zwei Pendeln cd und ef verbunden, die an einer horizontal verschiebbaren Stange ce hängen. Der vom Magnetfeld auf ab ausgeübten Kraft wird durch die Gegenwirkung der beiden Pendel das Gleichgewicht gehalten, so dass ab keine Verschiebung aus der Gleichgewichtslage bei Stromlosigkeit von ab erfährt. Es sei

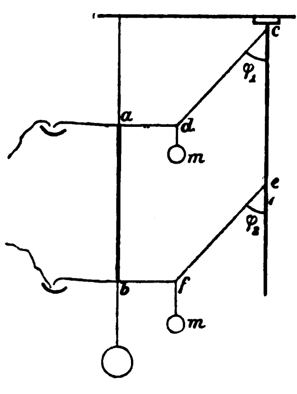


Fig. 4.

l die Länge des Stromleiters ab in *cm*,
i die Stromstärke in ab in c. g. s. E. (**78** ff.),
g die Beschleunigung der Schwere in *cm.sec*$^{-2}$, Tab. 20,
m die Masse jedes der Pendel cd und ef in *gr*,
φ_1 und φ_2 die Neigung derselben gegen die Vertikale, so ist

$$F = \frac{m \cdot g}{l \cdot i} (tg\,\varphi_1 + tg\,\varphi_2).$$

Die Stromzuleitungen zu ab müssen soweit sie beweglich sind horizontal geführt sein.

74. Grosse Feldstärken. Magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes. Eine an ihren Enden durch planparallele Glasplatten verschlossene Röhre wird mit einer geeigneten Flüssigkeit (Schwefelkohlenstoff, Wasser) gefüllt und mit ihrer Axe den magnetischen Kraftlinien parallel zwischen zwei Polarisationsvorrichtungen (Nicol'schen Prismen) in das Feld gebracht. Gemessen wird der Winkel, um den die Polarisationsebene eines Lichtstrahls von bekannter Wellenlänge (Na-Licht, mit Bromnatrium oder Kochsalz in nichtleuchtender Flamme herzustellen) beim axialen Durchgang durch die Röhre gedreht wird, wenn das Feld erregt ist. Es sei

α der Drehungswinkel der Polarisationsebene,
l die Länge der Flüssigkeitssäule in *cm*,
ϑ die Temperatur der Flüssigkeit.
λ die Wellenlänge des Lichtes,
$V_{\lambda\vartheta}$ die λ und ϑ entsprechende Verdet'sche Konstante für die betr. Flüssigkeit in demselben Winkelmaass wie α (**94.**) und Tab. 16, so ist

$$F = \frac{\alpha}{l \cdot V_{\lambda\vartheta}}.$$

Von α ist die Drehung der leeren Röhre (Verschlussplatten) abzuziehen. Auf Konstanthaltung der Temperatur ϑ ist besondere Sorgfalt zu verwenden, einerseits wegen der starken Veränderlichkeit von V mit ϑ, andererseits, weil Dichtigkeitsunterschiede in der Flüssigkeit (Schlieren) die Beobachtung unsicher machen. Vergl. (**94.**)

75. Grosse Feldstärken. Kapillargalvanometer, Lippmann (e), Leduc. Eine dünne Quecksilberlamelle zwischen Glasplatten wird mit ihrer Ebene senkrecht zu den Kraftlinien in das Feld gebracht, und ein galvanischer Strom hindurchgeleitet. Der senkrecht zur Strom- und Kraftrichtung auf das Quecksilber wirkende Druck wird durch den Niveau-

unterschied des Quecksilbers in angesetzten Glasröhren gemessen. Es seien

d die Dicke der Lamelle in *cm*,
i die Stromstärke in c. g. s. Einheiten (78 ff.),
h der gemessene Niveauunterschied in *cm*,
s das specifische Gewicht des Quecksilbers bei der betr. Temperatur. Tab. 8,
g die Beschleunigung der Schwerkraft in $cm \, . \, sec^{-2}$. Tab. 20, so ist

$$F = \frac{d \, . \, h \, . \, s \, . \, g}{i}.$$

Man kann ferner die Änderung des galvanischen Widerstandes des Wismutdrahtes (Lenard (a, b), Leduc), sowie den hydrostatischen und den transversalen Druck im Magnetfelde (Quincke (b), Paul Meyer) zur Messung grosser Feldstärken verwerten. Derartige Vorrichtungen verlangen empirische Aichung mittels anderweitig gemessener Feldstärken.

76. Magnetische Felder von Stromleitern; Berechnung aus den Dimensionen. Das magnetische Feld eines Stromleiters ist der Stromstärke proportional; die hier angegebenen Formeln beziehen sich auf die c. g. s. Stromeinheit.

1. Linearer gerader Strom von der Länge l, im Abstande a von der Mitte in der Äquatorialebene

$$F = \frac{2}{a} \frac{l}{\sqrt{4a^2 + l^2}}$$

Richtung senkrecht zu den Meridianebenen.

2. Lineares Rechteck von der Länge l, der Breite b im Mittelpunkt

$$F = \frac{4\sqrt{l^2 + b^2}}{lb}$$

Richtung senkrecht zur Ebene des Rechtecks.

3. Linearer Kreisstrom vom Radius r. Es bezeichne

a die axiale, ϱ die radiale Koordinate eines Punktes gegen den Mittelpunkt,
F_a und F_ϱ die Komponenten der Feldstärke in beiden Richtungen.

In der Mitte $a = o \quad \varrho = o : Fa = \frac{2\pi}{r}, \quad F\varrho = o.$

In der Axe $\varrho = o : Fa = \frac{2\pi\, r^2}{(r^2 + a^2)^{3/2}}, \quad F\varrho = o.$

Im Punkte a, ϱ nahe der Mitte, a^4 und ϱ^4 gegen r^4 zu vernachlässigen:

$$Fa = \frac{2\pi}{r}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{r^2} + \frac{3}{4}\frac{\varrho^2}{r^2}\right), \quad F\varrho = \frac{3\pi\,\varrho a}{r^3}.$$

Im Punkte a, ϱ nahe der Axe in grosser Entfernung vom Mittelpunkte (erste Hauptlage) ϱ^4 gegen r^4, r^4 gegen a^4 zu vernachlässigen:

$$Fa = \frac{2\pi\, r^2}{a^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{r^2 + \varrho^2}{a^2}\right), \quad F\varrho = \frac{3\pi\, r^2\, \varrho}{a^4}.$$

Im Punkte a, ϱ nahe der Kreisebene in grossem Abstand vom Mittelpunkt (zweite Hauptlage), a^4 gegen r^4, r^4 gegen ϱ^4 zu vernachlässigen:

$$Fa = \frac{\pi\, r^2}{\varrho^3}\left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{3r^2 - 2a^2}{\varrho^2}\right), \quad F\varrho = \frac{3\pi\, r^2\, a}{\varrho^4}.$$

4. Stromspulen mit kreisförmigen Windungen, gleichförmiger Wickelung und rechteckigem Windungsquerschnitt. Es sei

n die Windungszahl,
f die Windungsfläche in cm^2 (**152.**, **154.**),
r der mittlere Windungshalbmesser in cm (**152.**).
r_0 der innere, r_1 der äussere Halbmesser der Windungen,
$h = r_1 - r_0$ die radiale Höhe des Windungsquerschnitts,
b die axiale Breite desselben in cm, so ist

4a) für flache Spulen: Im Punkte a, ϱ nahe der Mitte, h^4, b^4, a^4, ϱ^4 zu vernachlässigen gegen r^4:

$$Fa = \frac{2\pi\, n}{r}\left(1 + \frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2} - \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{3}{2}\frac{a^2}{r^2} + \frac{3}{4}\frac{\varrho^2}{r^2}\right), \quad F\varrho = \frac{3\pi\,\varrho a}{r^3}.$$

Im Punkte a, ϱ nahe der Axe (erste Hauptlage), ϱ^4 gegen a^4, b^6 und r^6 gegen a^6 zu vernachlässigen:

$$F_a = \frac{2f}{a^3}\left(1 - \frac{3\varrho^2}{a^2} + \frac{1}{a^2}\left(\frac{b^2}{2} - \frac{9}{10}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{1}{a^4}\left(\frac{3}{16}b^4 - \frac{9}{8}b^2\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} + \frac{45}{56}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\right)\right).$$
$$F_\varrho = \frac{3f \cdot \varrho}{a^4}.$$

Im Punkte a, ϱ nahe der Mittelebene (zweite Hauptlage), a^4 gegen ϱ^4, b^6 und r^6 gegen ϱ^6 zu vernachlässigen:

$$F_a = \frac{f}{\varrho^3}\left(1 + \frac{6a^2}{\varrho^2} - \frac{1}{\varrho^2}\left(\frac{3}{8}b^2 - \frac{27}{40}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\right)\right.$$
$$\left. + \frac{1}{\varrho^4}\left(\frac{15}{128}b^4 - \frac{45}{64}b^2\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} + \frac{225}{448}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\right)\right).$$
$$F_\varrho = \frac{3fa}{\varrho^4}.$$

4b) für lange Spulen: Im Punkte a, ϱ nahe der Mitte, a^4, ϱ^4 und h^4 gegen b^4 und r^6 gegen b^6 zu vernachlässigen:

$$F_a = \frac{4\pi n}{b}\left(1 - \frac{1}{b^2}\left(2r^2 + \frac{h^2}{6}\right) + \right.$$
$$\left. \frac{1}{b^4}\left(6r^4 - 3r^2\left(8a^2 + 4\varrho^2 + h^2\right) - \varrho^2 h^2\right)\right).$$

Im Punkte a, ϱ nahe der Axe in grösserer Entfernung vom Mittelpunkt (erste Hauptlage), ϱ^4 gegen a^4 und r^6 gegen a^6 zu vernachlässigen:

$$F_a = \frac{2fa}{\left(a^2 - \frac{b^2}{4}\right)^2}\left(1 - 3\varrho^2\frac{a^2 + \frac{b^2}{4}}{\left(a^2 - \frac{b^2}{4}\right)^2} - \frac{9}{10}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\frac{a^2 + \frac{b^2}{4}}{\left(a^2 - \frac{b^2}{4}\right)^2}\right.$$
$$\left. + \frac{15}{56}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\frac{3a^4 - 10a^2\frac{b^2}{4} + 3\frac{b^4}{16}}{\left(a^2 - \frac{b^2}{4}\right)^4}\right).$$
$$F_a = \frac{3f\varrho}{\left(a^2 - \frac{b^2}{4}\right)^2}\left(a^2 + \frac{b^2}{12}\right).$$

Im Punkte a, ϱ nahe der Mittelebene in grösserer Entfernung vom Mittelpunkt (zweite Hauptlage), a^4 gegen ϱ^4 und r^6 gegen ϱ^6 zu vernachlässigen:

$$Fa = \frac{f}{\left(\varrho^2+\frac{b^2}{4}\right)^{3/2}}\left(1+a^2\frac{12\varrho^2-\frac{3b^2}{4}}{2\left(\varrho^2+\frac{b^2}{4}\right)^2}+\frac{9}{40}\frac{r_1^5-r_0^5}{r_1^3-r_0^3}\left(3-\frac{5b^2}{4\varrho^2+b^2}\right)\frac{1}{\varrho^2+\frac{b^2}{4}}\right.$$

$$\left.+\frac{15}{448}\frac{r_1^7-r_0^7}{r_1^3-r_0^3}\left(15-\frac{70b^2}{4\varrho^2+b^2}+\frac{63b^4}{(4\varrho^2+b^2)^2}\right)\frac{1}{\left(\varrho^2+\frac{b^2}{4}\right)^2}\right).$$

$$F\varrho = \frac{3fa\varrho}{\left(\varrho^2+\frac{b^2}{4}\right)^2}.$$

4c) für zwei gleiche konaxiale flache Spulen mit der gesamten Windungszahl n im Abstande $2c$ ihrer mittleren Windungsebenen. Im kleinen Abstande a, ϱ von der Mitte der Axe zwischen den beiden Spulen, h^4, b^4, a^4 und ϱ^4 zu vernachlässigen gegen r^4:

$$Fa = \frac{2\pi n r^2}{(r^2+c^2)^{3/2}}\left(1+\frac{1}{24}\frac{h^2}{r^2}\left(2-15\frac{r^2c^2}{(r^2+c^2)^2}\right)+\right.$$

$$\left.\frac{1}{24}\frac{b^2}{r^2}\left(15\frac{r^2c^2}{(r^2+c^2)^2}-\frac{3r^2}{r^2+c^2}\right)-\frac{3}{4}\frac{4c^2-r^2}{(r^2+c^2)^2}(\varrho^2-2a^2)\right).$$

$$F\varrho = \frac{3\pi n r^2 c\varrho}{(r^2+c^2)^{5/2}}.$$

4d) Der Unterschied des magnetischen Potentials zwischen zwei auf der Axe einer Spule symmetrisch zur Mitte in grossem Abstand a von derselben gelegenen Punkten ist

$$\frac{1}{2a}\int_{-a}^{+a} Fa\,da = 4\pi n\left(1-\frac{1}{6}\frac{r_1^3-r_0^3}{r_1-r_0}\frac{1}{a^2-\frac{b^2}{4}}+\frac{1}{40}\frac{r_1^5-r_0^5}{r_1-r_0}\frac{3a^2+\frac{b^2}{4}}{\left(a^2-\frac{b^2}{4}\right)^3}\right)$$

bei Vernachlässigung von r^6 gegen a^6.

77. Gleichförmige künstliche Magnetfelder erhält man:

1. Zwischen grossen ebenen Polflächen eines Elektromagneten in hinreichendem Abstand vom Rande.

2. In der Mitte eines Kreuzes auf dessen Armen vier gleiche Magnete mit parallelen Axen liegen, von denen zwei aus erster, die beiden anderen (mit entgegengesetzter Polrichtung wie die ersten) aus zweiter Hauptlage wirken; die Entfernung der beiden

ersteren soll sich zu der der beiden letzteren verhalten, wie *1,12 : 1*. Es sei

M das Moment eines jeden der Stäbe (**63** ff.) in c. g. s. E.

$2r$ der Abstand der aus erster Hauptlage wirkenden Stäbe in *cm*,

so ist die Feldstärke im kleinen Abstande ϱ von der Mitte des Kreuzes, ϱ^4 gegen r^4 vernachlässigt:

$$F = 6{,}8 \frac{M}{r^3}\left(1 + 1{,}3 \frac{\varrho^2}{r^2}\right).$$ F. Kohlrausch (h).

3. In der Mitte einer langen Stromspule; die Feldstärke ist nach (**76**$_{4b.}$) zu berechnen.

4. In der Mitte zwischen zwei gleichen konaxialen flachen Spulen, deren mittlere Windungsebenen um den mittleren Halbmesser von einander entfernt sind. Die Feldstärke ergiebt sich nach (**76**$_{4c.}$) für $c = r / 2$

$$Fa = \frac{16\pi}{5\sqrt{5}} \frac{n}{r}\left(1 - \frac{1}{60}\frac{h^2}{r^2} - \frac{144}{125}\frac{a^4}{r^4} - \frac{54}{125}\frac{\varrho^4}{r^4}\right).$$

Jedoch hat mangelnde Orientierung einen grossen Einfluss auf die Feldstärke, denn für $c = \frac{r}{2} \pm \delta$ ist der Ausdruck für Fa zu multiplizieren mit $\left(1 \mp \frac{6}{5}\frac{\delta}{r}\right)$.

Kapitel 2.
Strommessungen.

---

1. Absolute Messung konstanter Ströme.

78. Elektromagnetische Strommessung; Tangentenbussole; Pouillet. Werden hier und im Folgenden die sämmtlichen vorkommenden Grössen in c. g. s. Einheiten e. m. M. ausgedrückt, so erhält man auch die Stromstärke in solchen; um die erhaltenen Zahlen auf Ampère zurückzuführen, muss man sie mit 10 multiplizieren. Bei allen Strommessungen ist namentlich auf gute Isolierung in den Messapparaten zu achten, um so mehr, je grösser der innere Widerstand derselben.

Die Tangentenbussole besteht aus einem Stromkreis, dessen Ebene in die magnetische Meridianebene gebracht wird, und der auf eine kleine Magnetnadel in seiner Mitte wirkt. Es sei

H die horizontale Feldstärke am Ort der Nadel in c. g. s. E. (63 ff.),

r der Halbmesser des Stromkreises (152.),

φ der Ablenkungswinkel der Nadel aus dem Meridian (44 ff) und

λ ihr Polabstand (63.), so ist,

falls der Querschnitt des Stromleiters gegen die von ihm umschlossene Fläche und λ^4 gegen r^4 zu vernachlässigen, die Stromstärke:

$$i = \frac{r \cdot H}{2\pi}\left(1 - \frac{3}{16}\frac{\lambda^2}{r^2}(1 - 5\sin^2\varphi)\right) tg\,\varphi \quad \text{c. g. s. E.}$$

Für einen **dicken Kreisring** mit rechteckigem Querschnitt, wenn

h die radiale Höhe,

b die axiale Breite desselben,

und h^4 und b^4 gegen r^4 zu vernachlässigen:

$$i = \frac{rH}{2\pi}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{6}\frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16}\frac{\lambda^2}{r^2}(1 - 5\sin^2\varphi)\right) tg\,\varphi \quad \text{c. g. s. E.}$$

r ist hier das Mittel aus innerem und äusserem Halbmesser (152.).

Für eine **flache Spule** mit rechteckigem Querschnitt, für dessen Höhe und Breite dieselben Bezeichnungen und Vernachlässigungen gelten, wenn

n die Windungszahl

$$i = \frac{rH}{2\pi n}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16}\frac{\lambda^2}{r^2}(1 - 5\sin^2\varphi)\right) tg\,\varphi \quad \text{c. g. s. E.}$$

Hier ist r der mittlere Halbmesser (152.).

79. Korrektionen bei der Tangentenbussole.

1. Die Stromzuleitung soll nach Möglichkeit so geführt werden, dass sie keine merkliche Wirkung auf die Magnetnadel ausübt; am besten erfüllt diese Bedingung ein Draht konzentrisch umgeben von einer von ihm isolierten Metallröhre, durch die der Strom zu- und abgeleitet wird. Andernfalls muss die Wirkung in Rechnung gesetzt werden.

Zwei umeinander gedrillte Drähte, die beim Eintritt in den Windungskreis etwas auseinandertreten, sodass die Windungsfläche um δf vergrössert wird, erfordern in dem Ausdruck für i den Korrektionsfaktor: $1 + \delta f \,/\, 2\pi nr^2$; zwei parallel im Abstande a ihrer nahe radial liegenden Mittellinien geführte Zuleitungen von der Länge l ergeben bei einem einfachen auf die Strecke a unterbrochenen Stromkreis zum Ausdruck für i den Korrektionsfaktor: $1 + a\,l\,(2r + l) \,/\, 4\pi\, r\,(r + l)^2$.

F. Kohlrausch (f).

2. Ist die Magnetnadel an einer unifilaren Aufhängung vom Torsionskoëffizienten Θ (61.) befestigt, so ist dem Ausdruck für i ein Korrektionsfaktor $1 + \Theta$ hinzuzufügen.

3. Die örtlichen und zeitlichen Änderungen von H sind zu berücksichtigen (64., 70.), ebenso Lokaleinflüsse (70.).

4. Die Änderung von r mit der Temperatur ergiebt den Korrektionsfaktor in dem Ausdruck für i: $1 + a(\vartheta - \vartheta_1)$, wenn ϑ_1 die Temperatur bei der Messung von r (152.), ϑ die Temperatur bei der Strommessung und a der Ausdehnungskoëffizient des Stromkreises (Tab. 19) (für Kupfer $a = 0{,}\,0_4 17$). Besteht der Stromkreis aus einem unter Spannung auf einem Ring oder einer Scheibe aufgezogenen Draht, so ist für a der Ausdehnungskoëffizient der ersteren zu nehmen. (Glas $0{,}\,0_5 85$, Marmor $0{,}\,0_5 54$, Holz $0{,}\,0_5 3$ — $0{,}\,0_4 10$.)

5. Endlich kommen noch Orientierungsfehler in der Stellung der Magnetnadel und der Windungsebene in Betracht. Excentrizität des Magnetmittelpunktes um a in axialer, um ϱ in radialer Richtung ergiebt in dem Ausdruck von i den Korrektionsfaktor $(1 + {}^3/_4\, (2a^2 - \varrho^2)\, /\, r^2)$ (76$_3$.); eine kleine Vertikalneigung ψ der Windungsebene: $(1 + {}^1/_2\psi^2)$; eine kleine Horizontalneigung ω derselben gegen den magnetischen Meridian: $(1 \mp \omega\, tg\, \varphi + {}^1/_2\omega^2)$, wobei das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem ω und φ auf derselben oder entgegengesetzten Seite der Windungsebene liegen. Nimmt man das Mittel aus beiderseitigen unter Stromwenden erhaltenen Ausschlägen φ_1 und φ_2, so fällt die letzte von Deklinationsschwankungen beeinflusste Korrektion zum grössten Teil heraus und es bleibt: $(1 + {}^1/_2\omega^2 + {}^1/_2\, (\varphi_1 - \varphi_2)\, \omega)$ Gleichheit von φ_1 und φ_2 giebt bei torsionsfreier Aufhängung eine Kontrolle für richtige Orientierung; ω ergiebt sich aus der Gleichung: $cotg\, \omega = {}^1/_2\, (cotg\, \varphi_1 - cotg\, \varphi_2)$.

Die Methoden von Lippich und Stroud zur Bestimmung der Horizontalintensität (68., 69.) gestatten in bequemer Weise diese mit der Strommessung zu verbinden, indem die Tangentenbussole zugleich als Ablenkungsmagnetometer dient. Bei der ersteren können die beiden Magnete mit entgegengesetzter Polrichtung auf der Ablenkungsschiene während der Strommessung belassen werden; bei der letzteren muss man den Magnetring entfernen.

Die mit der Tangentenbussole erreichbare Genauigkeit der Strommessung ist wesentlich durch die Genauigkeit der Bestimmung von H bedingt (68.), erreicht also etwa ${}^1/_2$ Tausendstel. Fehler in φ haben den kleinsten Einfluss für $\varphi = 45°$.

80. Messung starker Ströme mittels der Tangentenbussole mit dickem Ring. Da sehr grosse Ablenkungswinkel die Strommessung ungenau machen, benutzt man für sehr starke Ströme folgende Anordnungen.

1. Anwendung eines Schunts (**109.**), sodass nur ein genau bekannter Teil des Gesammtstromes gemessen wird; das Schuntverhältnis darf durch die Stromwärme nicht merklich verändert werden (**109.**).

2. Anwendung einer Bussole mit zwei konzentrischen Ringen von den Radien r_1 und r_2, wo $r_1 < r_2 < 2r_1$, von gleichen Querschnittsdimensionen h und b. Ist φ die Ablenkung der Nadel, wenn der Strom beide Ringe in entgegengesetzter Richtung durchläuft, so ist

$$i = \frac{H}{2\pi}\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}\left(1 + \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^2 r_2^2} m\right) tg\,\varphi \quad \text{c. g. s. E.},$$

wo

$$m = \frac{1}{8} b^2 - \frac{1}{6} h^2 - \frac{3}{16} \lambda^2 (1 - 5 \sin^2 \varphi).$$

Himstedt (k).

Die messbare Stromstärke, sowie andererseits auch der Einfluss von Fehlern in der Bestimmung von r_1 und r_2 ist um so grösser, je kleiner $r_2 - r_1$ ist.

3. Vertikalneigung der Windungsebene um den Winkel α, Obach, ergiebt

$$i = \frac{r \cdot H}{2\pi \cos \alpha}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{6}\frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16}(1 - 5 \sin^2 \varphi)\right) tg\,\varphi \quad \text{c. g. s. E.}$$

4. Anwendung starker künstlicher Magnetfelder. Hierzu eignet sich besonders die kreuzförmige Anordnung von vier gleichen Magnetstäben (77_2.), die nach dem Verfahren von Strouhal und Barus möglichst konstant gemacht sind (64_2.). Man dreht das Kreuz aus der Meridianstellung, in der das künstliche Feld dem Erdmagnetismus gerade entgegenwirkt, die Magnetnadel also genau im Meridian steht, um einen Winkel α, sodass die Magnetnadel ostwestlich gerichtet ist, eine Rückdrehung um $2\,\alpha$ sie genau um 180^0 dreht, was mittelst eines beiderseits reflektierenden Spiegels zu erkennen

ist. Die Windungsebene der Bussole wird ostwestlich gestellt. Es ist, wenn

F die Horizontalintensität des künstlichen Feldes

$$i = \frac{r\,F \sin a}{2\pi}\left(1 + \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2} - \frac{1}{6}\frac{h^2}{r^2} - \frac{3}{16}(1 - 5\sin^2\varphi)\right) tg\,\varphi.$$

Abwechselnde Beobachtung beiderseitiger Ablenkungen unter Stromwenden macht die Schwankungen der Horizontalintensität, abwechselnde Beobachtung unter Umkehr der Nadel um 180^0 die Deklinationsschwankungen zum grössten Teil unschädlich. Da

$$F \,.\, \cos a = H,$$

so lässt sich F an einem Orte bekannter Horizontalintensität leicht bestimmen. Änderungen von F mit der Temperatur sind mittels des durch Vergleich von F und H bei verschiedenen Temperaturen zu bestimmenden Temperaturkoëffizienten in Rechnung zu setzen. — Das Universalmagnetometer und die Tangentenbussole nach F. Kohlrausch (h, i, f) eignen sich für diese Strommessung.

81. Elektromagnetische Strommessung; Sinusbussole, Pouillet. Die Sinusbussole ist eine Tangentenbussole, deren Windungsebene sich um einen messbaren Winkel um die durch ihren Mittelpunkt gehende Vertikale drehen lässt. Man macht diese Drehung so gross, dass die gegenseitige Stellung der durch den Strom abgelenkten Magnetnadel und der Windungsebene ungeändert bleibt; ist

φ der gemeinsame Drehungswinkel von Nadel und Windungsebene,

β der konstante Winkel zwischen beiden,

$1 + \nu$ das Klammerglied der Formeln in (78.) für $\varphi = \beta$,

so ist

$$i = \frac{r\,.\,H}{2\pi n}(1 + \nu)\frac{\sin\varphi}{\cos\beta} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Weitere Korrektionen, wie bei der Tangentenbussole (79.).

Die Genauigkeit der Messung mit der Sinusbussole ist geringer und die Ausführung weniger einfach als mit der Tangentenbussole; dagegen ist erstere für beliebig starke Ströme zu verwenden.

82. Elektromagnetische Strommessung; Bifilargalvanometer. Eine Stromspule sei mit ost-westlich gerichteter Axe bifilar aufgehängt; die Aufhängedrähte können als Stromzuleitung dienen; gemessen wird die Drehung, die sie durch Einwirkung des Erdmagnetismus erfährt. Es sei

f die Windungsfläche der Stromspule (**152.**, **154.**),
φ' ihr Drehungswinkel,
D die Direktionskraft der Bifilaraufhängung in c. g. s. E. (**60.**),
H die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in c. g. s. E. am Ort der Spule (**63** ff.),

so ist die Stromstärke in der Spule

$$i = \frac{D}{f \cdot H} tg\, \varphi' \quad \text{c. g. s. E.} \qquad \text{W. Weber (a).}$$

Korrektionen:

1. Orientierungsfehler. Fällt die Windungsebene der stromlosen Rolle nicht genau mit der magnetischen Meridianebene zusammen, sondern bildet mit ihr einen Winkel β, so hat man zu dem Ausdruck für die Stromstärke den Korrektionsfaktor

$$1 \mp \beta\, tg\, \varphi' + \frac{\beta^2}{2}$$

hinzuzufügen. Bei Beobachtung beiderseitiger Ablenkungen und Mittelnahme $\varphi' = (\varphi'_1 + \varphi'_2)/2$ fällt die Hauptkorrektion fort und man behält den Faktor

$$1 + \frac{\beta^2}{2} + \frac{(\varphi'_1 - \varphi'_2)\,\beta}{2}.$$

2. Die Stromwärme ändert das Gewicht und damit das Drehungsmoment D der Spule; das erstere ist daher während der Messungen öfter zu prüfen.

Die Methode steht gleichfalls der Tangentenbussole an Genauigkeit und bequemer Handhabung nach.

83. Die Verbindung von Bifilargalvanometer und Tangentenbussole erlaubt den Erdmagnetismus zu bestimmen und macht die Strommessung unabhängig vom Erdmagnetismus. Man hat nach **78.** und **82.**, wenn $1 + \nu$ das Klammer-

glied der Formeln in 78., und φ die Drehung der Magnetnadel, φ' die der Bifilarrolle:

$$i^2 = \frac{Dr\,(1+\nu)}{2\pi n\,.\,f}\,tg\,\varphi\,tg\,\varphi' \quad \text{c. g. s. E.,}$$

$$H^2 = \frac{2\pi n\,D}{f\,.\,r\,.\,(1+\nu)}\,\frac{tg\,\varphi'}{tg\,\varphi} \quad \text{c. g. s. E.,}$$

wobei die Korrektionen 79. und 82. zu beachten und ein etwaiger gegenseitiger Einfluss beider Instrumente in Rechnung zu setzen ist. F. Kohlrausch (a).

W. Thomson (vergl. Maxwell (c)) vereinigt Tangentenbussole und Bifilargalvanometer, indem er eine Magnetnadel in der Mitte des letzteren aufhängt. Es sind dann

r, n und f mittlerer Halbmesser, Windungszahl und Windungsfläche der Stromspule. Ist ferner

M das magnetische Moment der Nadel, so ist

$$i = -\frac{1}{2}\frac{M}{f}\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi'} + \sqrt{\frac{Dr\,(1+\nu)}{2\pi n\,f}\,\frac{tg\,\varphi\,tg\,\varphi'}{\cos\varphi'\,(1+tg\,\varphi\,tg\,\varphi')} + \frac{1}{4}\frac{M^2}{f^2}\frac{\sin^2\varphi}{\cos^2\varphi'}} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Ist $M \sin\varphi$ klein gegen $i\,f\cos\varphi'$, d. h. für kleine Ablenkungswinkel, kleines M und hinreichend grosses r, so kann man schreiben

$$i^2 = \frac{Dr\,(1+\nu)}{2\pi n\,f}\,\frac{tg\,\varphi\,tg\,\varphi'}{\cos\varphi'\,(1+tg\,\varphi\,tg\,\varphi')}\,\frac{1}{1+\dfrac{M\sin\varphi}{if\cos\varphi'}} \quad \text{c. g. s. E.}$$

wobei in dem Korrektionsglied annähernde Werthe von M und i genügen.

Bei Beobachtung mit Spiegel und Skale aus den nahe gleichen Abständen e_φ und $e'_\varphi = e_\varphi\,(1+\varepsilon)$ ist annähernd:

$$\frac{tg\,\varphi\,tg\,\varphi'}{\cos\varphi\,(1+tg\,\varphi\,tg\,\varphi')} = \frac{n_\varphi\,n_\varphi'}{4e_\varphi^2}\left(1-\varepsilon-\frac{1}{8}\,\frac{n_\varphi^2+2n_\varphi'^2+2n_\varphi\,n_\varphi'}{e_\varphi^2}\right). \tag{49.}$$

Hierbei kann die elastische Nachwirkung der zur Stromleitung dienenden dickeren Aufhängedrähte stören.

F. Kohlrausch (g) stellt die Magnetnadel nicht in die Mitte der Bifilarspule, sondern seitwärts in grösserem Abstande in erster oder zweiter Hauptlage auf. Bezeichnet

λ den Polabstand der Nadel (63.),
$\varkappa$ das Verhältnis ihres magnetischen Moments zum Erdmagnetismus (63_2.),
Θ den Torsionskoëffizienten ihrer Aufhängung (61.),
φ und φ' die Ablenkungen der Nadel und der Bifilarrolle,
a den Abstand der Mitten beider

und beziehen sich die Indizes 1. und 2. auf die erste und zweite Hauptlage, so ist

$$i^2 = \frac{Da_1^3}{2f^2} \frac{1+\Theta}{1-\frac{\varkappa}{a^3}+\nu_1} \frac{tg\,\varphi_1\,tg\,\varphi'_1}{\cos\varphi'_1\left(1+\frac{1}{2}\,tg\,\varphi_1\,tg\,\varphi'_1\right)} \quad \text{c. g. s. E.}$$

$$H^2 = \frac{2D}{a_1^3} \frac{1+\nu_1}{1-\frac{\varkappa}{a^3}+\Theta} \frac{\sin\varphi'_1}{tg\,\varphi_1}\left(1+\frac{1}{2}\,tg\,\varphi_1\,tg\,\varphi'_1\right) \quad \text{c. g. s. E.}$$

wo

$$\nu_1 = \frac{3}{2}\frac{r^2}{a^2} + \frac{15}{8}\frac{r^4}{a^4} - \frac{3}{4}\frac{\lambda^2}{a^2} + \frac{1}{2}\frac{b^2}{a^2} - \frac{5}{2}\frac{h^2}{a^2},$$

wobei r^6 gegen a^6, und λ^4, b^4, h^4 gegen a^4 vernachlässigt, und

$$i^2 = \frac{Da_2^3}{f^2} \frac{1+\Theta}{1+\frac{2\varkappa}{a^3}+\nu_2} \frac{tg\,\varphi_2\,tg\,\varphi'_2}{\cos\varphi'_2\,(1-2\,tg\,\varphi_2\,tg\,\varphi'_2)},$$

$$H^2 = \frac{D}{a_2^3} \frac{1+\nu_2}{1+\frac{2\varkappa}{a^3}+\Theta} \frac{\sin\varphi'_2}{tg\,\varphi_2}(1-2\,tg\,\varphi_2\,tg\,\varphi'_2),$$

$$\nu_2 = \frac{9}{8}\frac{r^2}{a^2} + \frac{75}{64}\frac{r^4}{a^4} + \frac{3}{2}\frac{\lambda^2}{a^2} - \frac{3}{8}\frac{b^2}{a^2} + \frac{15}{8}\frac{h^2}{a^2}. \quad \text{Vergl. } \mathbf{68.}$$

84. Elektromagnetische Strommessung; elektromagnetische Wage, H. v. Helmholtz (vergl. Köpsel (b)).

Zwei konaxiale Stromspulen mit rechteckigen Windungen und vertikaler Windungsebene wirken auf einen Magnetstab, der mit vertikaler Axe in gleichem Abstand von den mittleren Windungsebenen an einem Wagearm aufgehängt ist, sodass seine Mitte in der durch die Mitte der Spulen gehenden Horizontalebene aber seitwärts von der Axe liegt. Die elektromagnetische Wirkung des die beiden Spulen in entgegengesetzter Richtung durchfliessenden Stromes auf den Magnet wird durch Wägung bestimmt. Es sei

a die horizontale Länge,
b die vertikale Höhe,
c der horizontale Abstand der Stromspulen,
e der horizontale Abstand der Magnetmitte von der Spulenaxe alle in *cm*,
n die gesammte Windungszahl beider Spulen,
m das Gewicht, das nach Stromwenden die Wage zum Einspielen auf denselben Teilstrich wie vorher bringt in *gr*, auf luftleeren Raum reduziert durch den Faktor $1 - 0{,}0012/s$ (s Dichte der Gewichtsstücke),
g die Beschleunigung der Schwerkraft in $cm \,.\, sec^{-2}$ Tab. 20,
M das Moment des Magnets (**63** ff.) in c. g. s. E.,
λ sein Polabstand (**63.**) in *cm*,

so ist die Stromstärke

$$i = \frac{m \,.\, g \,.\, \lambda}{2n\, M\, \Sigma\, \Psi},$$

wo

$$\Psi = \frac{c}{\sqrt{(a+2e)^2 + c^2 + (b-\lambda)^2}\left[a + 2e + \sqrt{(a+2e)^2 + c^2 + (b-\lambda)^2}\right]}$$

und

$$\Sigma\Psi = \Psi(+a, +b) - \Psi(-a, +b) - \Psi(+a, -b) + \Psi(-a, -b).$$

Macht man $b = c$ gross gegen λ, so braucht letzteres nur angenähert bekannt zu sein, da $\Sigma\, \Psi / \lambda$ dann nur Glieder von der Ordnung λ^4 / b^4 und höherer enthält.

Auch ist es zweckmässig, a gross gegen b, c und e zu machen. Hat man zwei Hülfsmagnete von gleichen Momenten wie der benutzte, so kann man M gleich an der Wage bestimmen (vergl. Köpsel (b)); eventuell ist die Induktion durch den Erdmagnetismus zu berücksichtigen.

Temperaturschwankungen, sowie Fehler in der Bestimmung von a, b, c haben grossen Einfluss, sodass die Orientierungsfehler dagegen verschwinden.

Vor der Tangentenbussole hat die Methode den Vorteil, vom Erdmagnetismus unabhängig zu sein, steht ihr aber an Genauigkeit nach.

85. Elektrodynamische Strommessung nach Rayleigh (f).

Die elektrodynamische Strommessung beruht auf der Wechselwirkung von Stromspulen, man benutzt entweder die Anziehung und Abstossung von konaxialen Spulen oder die Drehung von Spulen mit gekreuzten Axen.

Von drei flachen konaxialen Stromspulen sei die eine kleinere beweglich genau in der Mitte zwischen den beiden anderen grösseren und nahe gleichen angebracht und die Entfernung der letzteren so bemessen, dass die Kraftwirkung auf die erstere den maximalen Wert hat. Die Spulen werden alle hintereinander, die beiden grossen in entgegengesetzter Richtung vom Strom durchflossen. Es sei

r der mittlere Windungshalbmesser der gleichen grossen Spulen in *cm* (152.),
n die gesammte Windungszahl beider,
h die radiale Höhe des Windungsquerschnitts,
b die axiale Breite desselben in *cm*,
r', n', h', b' seien dieselben Grössen für die kleine bewegliche Spule,
a der Abstand der mittleren Windungsebene der letzteren von denen der ersteren in *cm* gleich dem halben Abstand der mittleren Windungsebenen der grossen Spulen,
P die Kraftwirkung der beiden grossen Spulen auf die kleine für die Stromeinheit,

so ist $$P = \pi n n' \frac{a}{\sqrt{r r'}} f(\gamma) \quad \text{c. g. s. E.,}$$

wobei $$\gamma = \arcsin 2 \sqrt{\frac{r r'}{(r + r')^2 + a^2}}$$

und $$f(\gamma) = \sin \gamma \left\{ 2F_\gamma - (1 + \sec^2 \gamma) E_\gamma \right\}.$$

(F_γ und E_γ die vollständigen elliptischen Integrale 1. und 2. Gattung mit dem Modul $\sin \gamma$). Tab. 5. giebt die Werte von $lg\, f(\gamma)$ für eine Reihe von Werten des Argumentes γ.

Man macht möglichst genau:

$$a = \frac{r}{2}\left(1 - \frac{9}{10}\frac{r'^2}{r^2} - \frac{1}{8}\frac{r'^4}{r^4}\right),$$

dann ist P ein Maximum und hängt nur von dem Verhältnis r'/r ab, das galvanisch zu bestimmen ist (vergl. 153.). Man bestimmt durch geometrische Ausmessung (152.) Näherungswerte von r und a und setzt für r' den aus dem Verhältnis r'/r sich ergebenden Wert in die obigen Gleichungen ein.

Wegen der Ausdehnung der Windungsquerschnitte wäre der Wert von P noch mit einem Korrektionsfaktor zu multiplizieren. Man setzt denselben in Rechnung, indem man statt P setzt

$$P' = \frac{1}{6}(\Sigma P - 2P),$$

wo

$$\Sigma P = P\left(r + \frac{h}{2}, r', a\right) + P\left(r - \frac{h}{2}, r', a\right) + P\left(r, r' + \frac{h'}{2}, a\right) + P\left(r, r' - \frac{h'}{2}, a\right) + P\left(r, r', a + \frac{b}{2}\right) + P\left(r, r', a - \frac{b}{2}\right) + P\left(r, r', a + \frac{b'}{2}\right) + P\left(r, r', a - \frac{b'}{2}\right).$$

J. Fröhlich, Rayleigh (f).

Für geometrisch ähnliche Rollen mit quadratischen Windungsquerschnitten wird diese Korrektion verschwindend klein, jedoch müssen die Windungsquerschnitte so klein sein, dass h^4, b^4 gegen r^4, und h'^4, b'^4 gegen r'^4 zu vernachlässigen sind.

Sind die beiden grossen Rollen merklich verschieden, so berechnet man P für jede einzeln und nimmt die Summe beider Werte.

Orientierungsfehler sind bei richtiger Anordnung der Rollen klein. Für eine kleine Parallelverschiebung δ der kleinen Spule aus der Mittellage ist der Wert für P in erster Annäherung zu multiplizieren mit

$$1 - \frac{5}{2} \frac{q}{1 + \frac{5}{8} r'^2 q} \delta^2,$$

wo
$$q = \frac{3r^2 - a^2}{(r^2 + a^2)^2}.$$

Genauer berechnet sich dieser Korrektionsfaktor:

$$\frac{P(a + \delta) + P(a - \delta)}{2P}.$$

Für eine kleine Neigung ε der mittleren Windungsebene der kleinen Rolle gegen die der grossen hat man näherungsweise den Korrektionsfaktor:

$$1 - \frac{3}{2}\,\frac{1+\frac{25}{12}r'^2 q}{1+\frac{5}{8}r'^2 q}\,\varepsilon^2.$$

Man stellt nun die Windungsebenen der drei Rollen horizontal und hängt die kleine an dem einen Arm einer Wage auf. Ist dann

m der Gewichtsunterschied zur Einstellung der Wage auf einen bestimmten Teilstrich vor und nach Stromwenden in den grossen Spulen in gr, auf luftleeren Raum reduziert (84.),

g die Schwerbeschleunigung in $cm\ sec^{-2}$, Tab. 20.,

so ist die Stromstärke

$$i = \sqrt{\frac{gm}{2P}} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Die hauptsächlichste Fehlerquelle bei dieser Strommessung ist die Stromwärme, die sowohl störende Luftströmungen, wie auch Gewichtsänderungen der kleinen Rolle bei hygroskopischer Beschaffenheit derselben veranlassen kann.

Da sowohl die Erwärmung wie die Kraftwirkung dem Quadrat der Stromstärke proportional sind, ist die elektrodynamische Wage immer nur für einen kleinen Strombereich anwendbar, den man durch bifilare Wickelung der Spulen erweitern kann, da für kleine Stromstärken die Kraftwirkung zu gering und für grosse die Erwärmung zu störend ist. Doch hat sie vor der Tangentenbussole die Unabhängigkeit von Ort, Zeit und Temperatur voraus, und die Genauigkeit lässt sich vielleicht noch weiter treiben, als bei dieser (auf einige Zehntausendstel).

Die Stromzuleitung bewirkt man am besten durch breite Stanniolstreifen, denen man durch seitlich geführte, sehr dünne weiche Drähte grössere Festigkeit geben kann.

Heydweiller (d).

86. Eine andere Anordnung des Elektrodynamometers nach Rayleigh erhält man, indem man die Win-

dungsebenen vertikal stellt, die kleine Rolle um eine oberhalb in der mittleren Windungsebene liegende vertikale Axe drehbar aufhängt und den Drehungswinkel bestimmt; grössere Ablenkungen werden durch Gewichte an einem mit der kleinen Spule fest verbundenen Wagebalken kompensiert. Heydweiller (d). Ist

m das Gewicht der Rolle in gr, auf luftleeren Raum reduziert (**84.**),
φ der Drehungswinkel aus der Gleichgewichtslage,
ψ der Drehungswinkel, den ein gleichzeitig an dem einen Wagearm wirkendes Gewicht der stromlosen Rolle erteilt, so ist

$$i = \sqrt{\frac{gm}{P} \sin\varphi \left(1 + \frac{tg\,\psi}{tg\,\varphi}\right)} \quad \text{c. g. s. E.}$$

φ und ψ haben gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen, je nachdem die Ablenkungen nach derselben oder nach entgegengesetzten Seiten erfolgen; Stromwenden in den festen Rollen ergiebt den Wert von 2φ.

Korrektionen: Wegen des Heraustretens der beweglichen Rolle aus der Lage der Maximalwirkung hat man in diesem Fall P noch mit folgendem Korrektionsfaktor zu multiplizieren:

$$1 + \left[\frac{(P(a+\delta) + P(a-\delta) - 2P)}{2P}\frac{l^2}{\delta^2} - \frac{U \cdot V}{P}\right] \sin^2\varphi,$$

wo

$$U = 27\pi^2 \frac{r^2 r'^2 a}{(r^2 + a^2)^{5/2}}$$

$$V = 1 + \frac{25}{12} r'^2 \frac{3r^2 - 4a^2}{(r^2+a^2)^2} + \frac{245}{64} r'^4 \frac{5r^4 + 8a^4 - 20r^2 a^2}{(r^2+a^2)^4}$$
$$+ \frac{935}{768} r'^6 \frac{35r^4 (r^2 - 8a^2) + 16a^4 (21r^2 - 4a^2)}{(r^2+a^2)^6}.$$

Ferner ist die Masse der kleinen Spule m um die halbe Masse der Aufhängung zu vermehren. Auch ist völlige Symmetrie der Rolle in Bezug auf den horizontalen Durchmesser angenommen, was man durch Umlegen der Rolle um denselben und Messen des gleichen Stromes in beiden Lagen prüft. Erhält man ungleiche Ausschläge φ_1 und $\varphi_1 + \alpha$, so hat man in der ersten Lage den Ausdruck für i mit dem Korrektionsfaktor $1 + \alpha / 4\varphi_1$ zu multiplizieren.

87. Elektrodynamische Strommessung nach Mascart (b, d). Mascart benutzt auch die Wage, aber ein anderes Spulensystem. An der Wage hängt eine lange Stromspule und auf dieselbe wirken zwei aufeinandergelegte flache Spulen, deren gemeinschaftliche Mittelebene mit der einen Endfläche der langen Spule zusammenfällt. Bezeichnen

r den mittleren Halbmesser der flachen Spulen in *cm* (152., 153.),
n die Windungszahl von beiden zusammen,
h die radiale Höhe,
b die axiale Breite ihres Windungsquerschnitts in *cm*,
a den Abstand ihrer mittleren Windungsebenen,
f die Windungsfläche der langen Spule in cm^2 (152., 154.).
h' und b' die radiale Höhe und axiale Breite ihres Windungsquerschnitts in *cm*, so ist bei Vernachlässigung von r'^8 gegen r^8, von r^6 und r'^6 gegen b'^6, von a^6 gegen r^6 und von h^4, b^4 gegen r^4

$$P = \frac{2\pi n f}{r \,.\, b'}\left\{1 + \frac{3}{8}\frac{r'^2}{r^2} + \frac{45}{128}\frac{r'^4}{r^4} + \frac{175}{256}\frac{r'^6}{r^6} - \frac{r^3}{b'^3} + \frac{3}{2}\frac{r^3}{b'^3}\cdot\frac{r^2 + r'^2}{b'^2}\right.$$
$$- \frac{15}{8}\frac{r^3}{b'^3}\cdot\frac{r^4 + r'^4 + 3r^2 r'^2}{b'^4} + \frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2} - \frac{1}{8}\frac{b^2 + 3a^2}{r^2} + \frac{15}{32}\frac{a^4}{r^4} + \frac{3}{16}\frac{r'^2}{r^2}\frac{h^2}{r^2}$$
$$\left. - \frac{15}{64}\frac{r'^2}{r^2}\cdot\frac{b^2 + 3a^2}{r^2}\right\}. \quad \text{(Vergl. 85.)}$$

Eine kleine Parallelverschiebung δ der beweglichen Rolle bedingt einen Korrektionsfaktor $1 - 3\delta^2 / 8a^2$.

Die mittleren Radien der beiden Spulen, sowie die Länge der einen müssen also genau bekannt sein; auch ist eine sehr gleichförmige Wickelung der langen Spule vorausgesetzt. Die Rayleigh'sche Form ist dieser bei weitem vorzuziehen.

88. Elektrodynamische Strommessung nach Pellat. Eine kleine Spule aus einer Windungslage befindet sich im Inneren einer längeren, konzentrisch mit dieser, aber so, dass ihre Axen senkrecht zu einander stehen. Die kleine Spule ist an einer Wage befestigt und das von der grösseren auf sie ausgeübte Drehungsmoment wird durch Wägung gemessen. Es sei

n die Zahl der Windungen der langen Spule,
b ihre axiale Länge in *cm*,
f die Windungsfläche der kleinen Spule in cm^2 (**152.**, **154.**).
m der Gewichtsunterschied beim Einstellen der Wage vor und nach dem Stromwenden in der festen Spule in *gr*, auf luftleeren Raum reduziert (**84.**).
g die Beschleunigung der Schwerkraft in $cm \cdot sec^{-2}$, Tab. 20,
l die Länge des Wagebalkens, an dem m wirkt, in *cm*,

so ist, gleichmässige Wickelung der langen Spule vorausgesetzt:

$$i = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l \cdot b}{8\pi n f (1 - \nu)}},$$

worin ν eine Korrektion wegen endlicher Länge b der langen Spule, die man berechnen, aber einfacher noch empirisch bestimmen kann, indem man die Spule um ihre ganze Länge axial verschiebt, die Kraftwirkung auf die bewegliche in der neuen Lage misst, sie abermals um ein gleiches Stück in derselben Richtung verschiebt u. s. f., bis die Kraftwirkung verschwindend klein geworden ist. Ist π die Summe der Kraftwirkungen für die seitlichen Lagen der Spule, p diejenige für die centrale Lage, alle auf dieselbe Stromstärke bezogen, so ist $\nu = 2\pi / p$; vergl. Lippmann (e).

Auch diese Anordnung steht der von Rayleigh bedeutend nach, da die Windungsfläche einer nicht grossen Spule und die Länge einer anderen sehr gleichmässig zu wickelnden, nur schwer genau zu bestimmende Grössen sind.

89. Elektrochemische Strommessung; elektrochemisches Äquivalent. Die nun folgenden Strommessungen sind keine absoluten im eigentlichen Sinne des Wortes, denn die Stromintensität wird nicht auf Kräfte zurückgeführt, die in mechanischem Maass auszudrücken sind, wie die magnetischen und die Schwerkräfte, sondern es wird die vorgängige Bestimmung gewisser Naturkonstanten vorausgesetzt.

So beruht die voltametrische Zurückführung von Stromstärken auf absolutes Maass 1. auf der Bestimmung des elektro-

chemischen Äquivalentes des Silbers (**16.** und Tab. 15), 2. sofern nicht das Silbervoltameter benutzt wird, auf der Bestimmung der chemischen Äquivalente.

Das elektrochemische Äquivalent (**16.**) eines Stoffes wird durch gleichzeitige elektromagnetische (F. und W. Kohlrausch (p), Köpsel (b)) oder elektrodynamische (Mascart (b, d), Rayleigh (f), Pellat (b)) und elektrochemische Strommessung erhalten. Ist m die von dem Strome i in c. g. s. E. (*e. m.* Maass) in der Zeit t *sec* abgeschiedene Menge des betreffenden Stoffes, so ist m/it sein elektrochemisches Äquivalent in c. g. s. E.; Division durch 10 ergiebt das elektrochemische Äquivalent bezogen auf Ampère.

90. Elektrochemische Strommessung; Silbervoltameter. Der Strom durchfliesst die Lösung eines Silbersalzes zwischen zwei Elektroden, von denen die eine, Anode (+), aus reinem Silber, die andere, Kathode (—) am besten aus Platin besteht, während einer gemessenen Zeit; die Gewichtszunahme der Kathode wird bestimmt. Es sei

t die Zeit des Stromdurchgangs in *sec*,
m die Masse des abgeschiedenen Silbers in *gr*,

so ist die mittlere Stärke des Stromes in der Zeit t:

$$i = 89{,}44 \frac{m}{t} \text{ c. g. s. E.} \quad (lg\ 89{,}44 = 1{,}95153).$$

Einrichtung und Behandlung des Silbervoltameters nach F. und W. Kohlrausch. Die Kathode ist ein Platintiegel, die Anode ein vertikal eingestellter Silberstab von etwa 0,5 *cm* Dicke; ein untergehängtes Glasschälchen fängt abfallende Silberteile auf. Die Grösse des Tiegels richtet sich nach der Stromstärke; mindestens ein cm^2 wirksame Kathodenfläche auf zwei Tausendstel c. g. s. Stromstärke (zwei Hundertstel Am) ist ratsam. Dichtere Ströme geben losen Niederschlag und mitunter zur Anode überwachsende Äste; niedrige Temperaturen sind zur Bildung eines festen Niederschlags günstiger, als hohe. Als Lösung wird eine Auflösung von 15—30 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats in 85—70 Gewichtsteilen destillierten Wassers (1,15—1,35 spez. Gewicht) genommen.

Zweckmässig ist ein nicht zu kleiner **Ballastwiderstand** im Stromkreis zur Konstanthaltung der Stromstärke, da der Widerstand des Voltameters durch die Stromwärme erheblich abnimmt. Auf gute Isolierung von Anode und Kathode ist zu achten.

Vor dem Versuch wird ein frischer Silberniederschlag an der Kathode hergestellt, dieselbe nach Ausgiessen der Lösung mit kaltem, dann mit warmem dest. Wasser mehrmals ausgewaschen, bis das erkaltete Waschwasser bei Zusatz von verdünnter Salzsäure keine Trübung mehr zeigt, sodann im Luftbad oder über der Bunsenflamme auf etwa *150°* bis zum völligen Trocknen erwärmt und, abgekühlt (nach frühestens *10 min*), gewogen, wobei sich das Gewicht auch nach längerem Stehen auf der Wage nicht ändern darf. Nach Beendigung der Messung wird die gleiche Behandlung wiederholt; beim Ausgiessen der Lösung aus dem Tiegel sind etwaige lose Silberstückchen sorgfältig zu sammeln und mitzuwägen; bei nicht zu grosser Stromdichte treten dieselben kaum auf. Es empfiehlt sich, die abgeschiedene Silbermenge nicht kleiner, als *0,5 gr* zu nehmen, also bei *0,1* c. g. s. (1 Am.) Stromstärke den Stromdurchgang nicht kürzer als *450 sec = 7,5 min.*

Der Gang der benutzten Uhr ist zu kontrollieren.

Einrichtung und Behandlung des Silbervoltameters nach **Rayleigh** (Vorschriften des „Board of trade Commitee") für Stromstärken von *0,1* c. g. s. E.

Kathode: Ein Platintiegel von wenigstens *10 cm* Durchmesser und *4—5 cm* Höhe. **Anode:** Reine Silberplatte von *30 cm²* Fläche, horizontal nahe der Oberfläche der Lösung an feinen Platindrähten hängend und mit reinem Fliesspapier umhüllt, das an der Rückseite mit Siegellack befestigt ist. **Lösung:** Neutrale, reine Silbernitratlösung, 15 Gewichtsteile Silbernitrat auf 85 Gewichtsteile Wasser. (Für schwache Ströme unter *0,025* c. g. s. E. ist auch eine schwächere Lösung bis zu *4*%, hinunter zulässig.)

Der Platintiegel wird mit Salpetersäure und Wasser gewaschen, heiss getrocknet und im Exsikkator abgekühlt; dann gewogen, mit der Lösung bis nahe zum Rand gefüllt und durch eine isolierte reine Kupferunterlage mit dem Stromkreis ver-

bunden; die Anode wird eingesetzt, sodass sie allseitig von der Lösung umgeben ist.

Stromdauer nicht unter $^1/_2\,h$; genaue Uhr.

Die Lösung wird ausgegossen, der Niederschlag mit dest. Wasser gewaschen und wenigstens 6 *h* lang in solchem gelassen, dann mit Alkohol gewaschen, im Luftbad bei *160*° getrocknet, im Exsiccator abgekühlt und gewogen.

Die Genauigkeit der Strommessung mit dem Silbervoltameter ist durch die des elektrochemischen Äquivalents des Silbers bestimmt und erreicht etwa $^1/_2$ Tausendstel.

91. Elektrochemische Strommessung; Kupfervoltameter. Nimmt man die Äquivalentgewichte des Silbers und Kupfers zu $107{,}94 \pm 0{,}05$ und $31{,}70 \pm 0{,}08$, das elektrochemische Äquivalent des Silbers zu *0,011181* c. g. s. E., so ist das des Kupfers $0{,}003284 \pm 0{,}000010$.

Nach experimenteller Bestimmung ist es *0,003284,* Vanni.

Ist *m* die Masse des abgeschiedenen Kupfers in *gr*,
t die Stromdauer in *sec*,
so ist die mittlere Stromstärke in der Zeit *t*:

$$i = 304{,}5 \cdot \frac{m}{t} \quad \text{c. g. s. E.} \quad (lg\ 304{,}5 = 2{,}48360).$$

Elektroden: Drei Platten aus gewöhnlichem Kupferblech mit abgerundeten Ecken und mit elektrolytischem Kupfer überzogen. Die mittlere federnd eingeklemmte und leicht herausnehmbare dient zur Kathode (—). Grösse der wirksamen Kathodenfläche mindestens *1 qcm* auf *0,004* c. g. s. Stromstärke.

Lösung: Man mischt 1 Liter neutraler, reiner, 12% Kupfersulfatlösung (spec. Gewicht 1,12) mit $^1/_2$ *gr* einer 1% reine Schwefelsäure enthaltenden Kupfersulfatlösung. Bei stärkerem Säuregehalt wird Kupfer von der Kathode aufgelöst.

Die Behandlung der Kathodenplatte ist vor und nach dem Stromdurchgang die gleiche. Es wird ein frischer Niederschlag von Kupfer hergestellt, die Platte aus der Lösung genommen, mit dest. Wasser abgespült und möglichst schnell zwischen Fliesspapier, dann im Exsiccator, womöglich bei Luftverdünnung, getrocknet und gewogen. Es dürfen keine dunklen Flecke (Oxyd) auf der Oberfläche sichtbar sein.

Bei gleicher Stromstärke soll die **Stromdauer** die dreifache sein, wie beim Silbervoltameter.

Da das elektrochemische Äquivalent des Kupfers noch nicht auf 1 Tausendstel genau bestimmt ist, erreicht auch die Strommessung mit dem Kupfervoltameter diese Grenze nicht. Vergl. T. Gray, Hammerl, Ryan.

92. Elektrochemische Strommessung; Wasservoltameter. Aus dem elektrochemischen Äquivalent des Silbers und den chemischen Äquivalenten des Silbers *107,94* und des Wassers *9,007* ergiebt sich das elektrochemische Äquivalent des letzteren zu *0,0009330* c. g. s. E. oder auf das Volumen des entwickelten Knallgases bei 0^0 und *760 mm* Barometerstand berechnet *1,740* c. g. s. Einheiten.

Man misst das von dem Strom in einer bestimmten Zeit entwickelte Volumen Knallgas, sowie die Temperatur und den Druck, unter dem dasselbe steht, wobei man den Druck des Dampfes der Flüssigkeit, über der das Knallgas aufgefangen wird, zu berücksichtigen hat. Ist

v das entwickelte Volumen Knallgas in *ccm*,
ϑ seine Temperatur in ^0C,
b der Barometerstand in *mm*,
h der Niveauunterschied der Flüssigkeit in dem Knallgasgefäss gegen die äussere freie Oberfläche in *mm*,
s das spez. Gewicht der Flüssigkeit,
e' die Spannkraft ihres Dampfes bei der Temperatur ϑ in *mm*,
t die Stromdauer,

so ist die mittlere Stromstärke in der Zeit t:

$$i = \frac{v\left(b - \frac{h \cdot s}{13,6} - e'\right)}{1,740 \cdot 760 \cdot t\left(1 + \frac{\vartheta}{273}\right)} \quad \text{c. g. s. E.}$$

oder

$$i = 0,000756 \frac{v\left(b - \frac{h \cdot s}{13,6} - e'\right)}{t\left(1 + \frac{\vartheta}{273}\right)} \quad \text{c. g. s. E.} \quad (lg\, 0,000756 = 4,87864).$$

Die Grössen $s\,/\,13,6$, e' und $1 + \vartheta\,/\,273$ sind für ver-

dünnte Schwefelsäure und verschiedene Temperaturen aus Tabelle a zu entnehmen.

Tabelle a.

$\vartheta =$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
e' für 10% Säure	6,3	8,8	12,2	16,7	22,6	30,3 mm
e' „ 20% „	5,7	8,0	11,2	15,3	20,7	27,7 „
$1 + \vartheta / 273$	1,018	1,037	1,055	1,073	1,092	1,110

	10%	15%	20% Säure
$s / 13,6$	0,078	0,081	0,084

Annähernd kann man setzen:

$$i = 0,50 \frac{v}{t} (1 + \varepsilon) \quad \text{c. g. s. E.},$$

wo für ε der der Temperatur ϑ und dem Druck $b - hs / 13,6$ oder nahezu $b - 0,08\,h$ entsprechende Wert aus nachstehender Tabelle b einzusetzen ist. F. Kohlrausch (v).

Tabelle b.

ϑ	$p = 700$	710	720	730	740	750	760
5°	+ 0,031	+ 0,046	+ 0,060	+ 0,076	+ 0,091	+ 0,106	+ 0,121
10°	+ 0,009	+ 0,024	+ 0,038	+ 0,053	+ 0,068	+ 0,082	+ 0,097
15°	− 0,013	+ 0,002	+ 0,016	+ 0,030	+ 0,044	+ 0,059	+ 0,073
20°	− 0,035	− 0,021	− 0,007	+ 0,007	+ 0,021	+ 0,035	+ 0,049
25°	− 0,058	− 0,045	− 0,031	− 0,017	− 0,004	+ 0,010	+ 0,024
30°	− 0,081	− 0,069	− 0,055	− 0,041	− 0,029	− 0,015	− 0,001

Elektroden: Reine Platinbleche, die für schwache Ströme klein, für starke gross zu nehmen sind; Oberfläche etwa *1 qcm* auf *0,2* c. g. s. Stromstärke.

Lösung: Reine verdünnte Schwefelsäure von *10—20* %, (spec. Gewicht *1,07—1,14*). Zweckmässig verwendet man dieselbe Lösung öfter, da in frischer Lösung der Sauerstoff stark absorbiert wird. Aus demselben Grunde wird bei schwachen Strömen nur der Wasserstoff aufgefangen; Multiplikation des gemessenen Wasserstoffvolumens mit $^3/_2$ ergiebt das entsprechende Knallgasvolumen. Auch Ozonbildung kann die Messung fehlerhaft machen; man vermeidet sie durch Anwen-

dung von Phosphorsäurelösung, erhalten durch Auflösen von Phosphorpentoxyd in Wasser.

Das entwickelte Gas wird in geteilten und kalibrierten Gefässen aufgefangen; die Ablesung des Volumens geschieht an der Flüssigkeitskuppe, nicht am Rande, wobei Parallaxe durch Visieren nach dem Spiegelbild des Auges in einem angelegten Spiegelstückchen zu vermeiden ist.

Das Wasservoltameter führt eine elektromotorische Gegenkraft (der Polarisation) von mehr als 2 Volt in den Stromkreis ein.

Das Volumvoltameter ist bequemer zu handhaben, als die Gewichtsvoltameter (**90.**, **91.**), dagegen steht es diesen an Genauigkeit weit nach; dieselbe ist im Allgemeinen etwa 1 Hundertstel.

93. Elektrokalorische Strommessung. Die Strommessung mit dem Kalorimeter und ihre Zurückführung auf absolutes Maass nach dem Joule-Lenz'schen Gesetz (**12.**), beruht 1. auf einer Widerstandsbestimmung in absolutem Maass, 2. auf der Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents, d. h. derjenigen Arbeit in c. g. s. E., die einer mittleren Grammkalorie entspricht. Unter mittlerer Grammkalorie versteht man den hundertsten Teil derjenigen Wärmemenge, die zur Erwärmung von *1 gr* Wasser von 0^{0} auf 100^{0} *C* erforderlich ist.

Bei Benutzung des Eiskalorimeters wird ausserdem noch die Kenntniss der der Verwandlung von Eis von 0^{0} in Wasser von 0^{0} durch eine mittlere Grammkalorie entsprechenden Volumverminderung erfordert.

Nach Dieterici (b) ist unter Annahme des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers zu *0,011181* c. g. s. E. und der absoluten c. g. s. Widerstandseinheit gleich $1{,}0630 \times 10^{-9}$ Siemens-Einheit (43.), die mittlere Grammkalorie äquivalent der Arbeit $4{,}248 \times 10^{7}$ c. g. s. E. $= 4{,}248$ Joule, und die Volumverminderung, welche das von der einem Joule äquivalenten Wärmemenge geschmolzene Eis von 0^{0} erfährt $2{,}673 \times 10^{-4}$ *ccm* oder gleich dem Volumen von $3{,}635 \times 10^{-3}$ *gr* Quecksilber bei 0^{0} (spec. Gewicht desselben gleich *13,596* angenommen).

Eiskalorimeter. Versuchsanordnung: Das Eiskalorimeter wird in einen Raum von konstanter Temperatur gebracht;

das Kalorimetergefäss wird zur Hälfte mit Petroleum gefüllt und in dieses ein an dünne Kupferblechstreifen angelöteter Draht von kleinem Temperaturkoeffizienten des Widerstandes eingeführt. Durch denselben wird der zu messende Strom geschickt und sein Widerstand während des Stromdurchgangs in der W-Brücke (**118** ff.), oder mit dem Differentialgalvanometer (**114.**), mit einem Normalwiderstand verglichen und in c. g. s. E. bestimmt; die ausserhalb des Kalorimeters liegenden Zuleitungen aus Kupferdraht oder Kupferblech sind nötigenfalls besonders zu bestimmen und in Abzug zu bringen.

Der Eisraum des Kalorimeters steht durch Quecksilber in Verbindung mit einem Becherglas, das gleichfalls solches enthält. Man reguliert das äussere Quecksilberniveau so, dass die vor dem Versuch aus- oder eintretende Quecksilbermenge möglichst klein ist. Diese ist vor und nach dem Versuch zu bestimmen und auf die Versuchsdauer berechnet von der gemessenen Menge in Abzug zu bringen.

Bestimmt wird die bei einem Stromdurchgang von gemessener Dauer in das Kalorimeter eingetretene Quecksilbermenge durch den Gewichtsverlust des Becherglases; dieselbe sollte nicht unter *1 gr* betragen, was bei *0,1* c. g. s. Stromstärke und *1* Ohm $= 10^9$ c. g. s. E. Widerstand einer Versuchsdauer von etwa *300 sec* = *5 min* entspricht. Es sei

m der Gewichtsverlust des Becherglases in *gr*,
t die Stromdauer in *sec*,
w der Widerstand in dem Kalorimeter in c. g. s. E.,

so ist die mittlere Stromstärke in der Zeit t:

$$i = \sqrt{\frac{m}{3{,}635 \,.\, w \,.\, t}} \times 10^5 \text{ c. g. s. E.}$$

Wird w in legalen Ohm ausgedrückt (**43.**), so ist

$$i = \sqrt{\frac{m}{0{,}3625 \,.\, w \,.\, t}} \text{ c. g. s. E.}$$

Der vorstehende Wert giebt die mittlere Stärke nur dann genau, wenn die Änderung der Stromstärke während der Zeit t nicht mehr als einige Prozente beträgt.

Die Bestimmung ist wesentlich umständlicher, als die elektrochemische, ohne sie an Genauigkeit zu erreichen; da-

gegen ist sie nicht nur auf konstante sondern namentlich auch auf Wechselströme anwendbar und liefert hier die wirksame Stromstärke (**26.**).

Vergl. Joule (b), Dieterici (b), H. F. Weber (a), Jahn, Fletscher.

Man kann in derselben Weise, wenn i elektromagnetisch oder elektrodynamisch bestimmt wird (**78** ff.) den Widerstand oder das mechanische Wärmeäquivalent in absolutem Maasse bestimmen.

Ferner kann die durch die Stromwärme in einem Leiter bewirkte Widerstandsänderung desselben zur Messung der Stromstärke benutzt werden; zur Zurückführung derselben auf absolutes Maass ist empirische Aichung erforderlich. Der zu messende Strom wird dabei zweckmässig zwischen zwei gleichen Zweigen geteilt und der Widerstand zwischen Punkten gleichen Potentials auf der Mitte dieser Zweige gemessen; es kann dann die letztere Messung unabhängig von dem zu bestimmenden Strom vorgenommen werden. Diese Anordnung ist von Paalzow und Rubens sur Messung äusserst schwacher Wechsel ströme (Telephonströme, Hertz'sche Schwingungen (**102.**)) unter Anwendung der W-Brücke benutzt worden und ist ausserordentlich empfindlich.

94. Elektrooptische Strommessung. Die elektrooptische Strommessung beruht auf der Bestimmung der Verdet'schen Konstanten, d. h. des Winkels, um den die Polarisationsebene des Lichtes von bestimmter Wellenlänge beim Durchgang durch einen bestimmten Stoff (Schwefelkohlenstoff, Wasser) von gegebener Temperatur gedreht wird, wenn zwischen Eintritts- und Austrittsstelle des Lichtstrahls der magnetische Potentialunterschied *1* c. g. s. E. besteht; und ferner auf der Berechnung des magnetischen Potentialunterschieds auf zwei Punkten der Axe einer von der Stromeinheit durchflossenen Stromspule (**76**$_{4d.}$).

Für Schwefelkohlenstoff und Natriumlicht (Wellenlänge $\lambda = 5{,}892 \times 10^{-5}\,cm$) ist die Verdet'sche Konstante bei der Temperatur ϑ:

$$V_{\lambda\vartheta} = 0{,}04200\,(1 - 0{,}00104\,(\vartheta - 18) - 0{,}000015\,(\vartheta^2 - 324))$$

Bogenminuten

$= 1{,}222 \times 10^{-5} (1 - 0{,}00104 (\vartheta - 18) - 0{,}000015 (\vartheta^2 - 324))$
in abs. Bogenmaass

Rayleigh (h), Köpsel (a), Bichat (b).

Für Wasser und Natriumlicht ist

$V_{\lambda 18} = 0{,}01300$ Bogenminuten $= 3{,}78 \times 10^{-5}$ abs. Bogenmaass.

Die Versuchsanordnung ist im Wesentlichen die gleiche, wie (**74.**). Die Röhre wird in eine Spule von Dimensionen, die klein sind gegen die Länge der Röhre (Spulenlänge etwa $^1/_4$ bis $^1/_5$ der Röhrenlänge) eingelegt; gemessen wird der Drehungswinkel bei Umkehr des zu messenden Stromes in der Spule. Der magnetische Potentialunterschied für die Enden der Röhre wird nach (**76**$_{4d}$.) berechnet, wobei für a die halbe Länge der Röhre ohne Verschlussplatten einzusetzen ist. Der kleine Einfluss der letzteren auf die Drehung ist gesondert zu ermitteln. Ist

P der berechnete magnetische Potentialunterschied für die Stromeinheit in der Rolle in c. g. s. E. (**76**$_{4d}$.),

α der Drehungswinkel der Polarisationsebene beim Stromwenden,

$V_{\lambda\vartheta}$ die Verdet'sche Konstante (s. oben), in demselben Bogenmaass wie α, so ist die Stärke des Stromes in der Rolle:

$$i = \frac{\alpha}{2P V_{\lambda\,\vartheta}} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Der benutzte Schwefelkohlenstoff muss durchaus rein und farblos sein, was man durch Schütteln mit Sublimat und Destillation unter Zusatz von 2 % eines geruchlosen Öls erreicht. In Metallröhren schwärzt er sich leicht.

Die Röhre soll durch gute Kühlung mit Wasser etwas unter Zimmertemperatur und durch Zwischenschichten schlechter Wärmeleiter gegen die Stromwärme der Spule geschützt sein; die Temperatur muss sorgfältig gemessen werden. Die Methode empfiehlt sich wegen ihrer Einfachheit namentlich für starke Ströme, obwohl sie der voltametrischen an Genauigkeit nachsteht.

Vergl. noch Verdet (a, b), Gordon (a, c), H. Becquerel (a), Bichat (a).

Auch aus dem Widerstand eines Leiters und dem Potentialunterschied seiner Enden lässt sich nach dem Ohm'schen Gesetz (**11.**), die Stromstärke in ihm bestimmen. Das Nähere hierüber siehe in den folgenden Abschnitten.

---

2. Aichung und Graduierung von Galvanometern und Elektrodynamometern.

95. Reduktionsfaktor, Galvanometerkonstante, Empfindlichkeit. Die im Vorigen angeführten Methoden zur Zurückführung von Strömen auf absolutes Maass kann man verwenden, um beliebige Strommesser durch Vergleichung empirisch zu aichen und zu graduieren, d. h. diejenige Ablesung zu bestimmen, welche der Stromeinheit oder dem 10, 100, 1000.... fachen, bezw. $^1/_{10}$., $^1/_{100}$., $^1/_{1000}$..... Teil derselben entspricht, und ferner die Abhängigkeit der beobachteten Ablesungen von der Stromstärke, die im Allgemeinen keine einfache ist, zu ermitteln.

Bei Strommessern, bei welchen die Stromstärke nahezu proportional dem Ausschlag oder einer einfachen Funktion derselben (a, $tg\, a$, $sin\, a$, $\sqrt{a}$ u. s. f.) ist, nennt man das Verhältniss der Stromstärke i zu dieser Funktion des Ausschlags $f(a)$ den Reduktionsfaktor $R = i\,/\,f(a)$; da $f(a)$ eine reine Zahl ist wird derselbe in c. g. s. Stromeinheiten oder in Ampère angegeben, je nachdem i in der einen oder anderen Einheit ausgedrückt ist.

Galvanometerkonstante nennt man das Verhältniss der auf die Magnetnadel wirkenden Feldstärke zum Reduktionsfaktor des Instrumentes für kleine Ausschläge, wobei die Torsion der Aufhängung in die Feldstärke einzubegreifen ist. Ist also

H die Feldstärke (**62** ff.) in c. g. s. E.,
Θ der Torsionskoëffizient (**61.**), so ist die Galvanometerkonstante $G = H(1 + \Theta)\,/\,R = H(1 + \Theta)\,a\,/\,i$.

Sie ist gleich dem von der Stromeinheit auf eine Magnetnadel vom Moment 1 in Meridianstellung ausgeübten Drehungsmoment, und hängt lediglich von der Anordnung des Galvanometers und dem Polabstand der Magnetnadel ab.

Für grössere Ausschläge ändert sich die Galvanometerkonstante und heisst, als abhängig vom Ausschlag betrachtet, die Galvanometerfunktion.

Empfindlichkeit eines Instrumentes ist das Verhältniss einer kleinen Änderung des Ausschlags zu der entsprechenden Änderung der Stromstärke, also: $1 / Rf'(a)$, $(f'(a) = df(a) / da)$ oder $f(a) / if'(a)$, mithin für $f(a) = a : 1 / R$.

Man bezieht die Empfindlichkeit auf absolutes Bogenmaass, Winkelgrade oder Skalenteile, je nach dem Maass in dem a ausgedrückt ist.

96. Aichung.

1. Berechnung. Die Galvanometerkonstante lässt sich bei Multiplikatoren mit weiten Windungen von einfacher geometrischer Gestalt aus den Dimensionen berechnen (vergl. **76.**, sowie **78 ff.**, **152.**). Zur vollständigen Aichung, d. h. zur Kenntniss des Reduktionsfaktors gehört dann noch die Bestimmung der Feldstärke H.

2. Vergleich mit einem Normalinstrument. Bei anderen Instrumenten geschieht die Aichung empirisch durch Vergleich mit einem Normalinstrument, wie sie im Vorigen (**78—94.**) beschrieben sind.

Die Aichung erfolgt entweder in Reihen oder in Nebenschaltung, je nachdem die beiden zu vergleichenden Instrumente nahe gleich oder verschieden empfindlich sind. Im ersten Fall werden die beiden Instrumente hintereinander in den gleichen Stromkreis eingeschaltet; im zweiten Fall kann man sie in die Zweige 1 und 2 der W.-Brücke (**14.**) einschalten, in Zweig 3 und 4 zwei Widerstände von genau bekanntem, und durch die Stromwärme nicht merklich beeinflusstem Verhältniss (**109.**), in 5 eine konstante Stromquelle

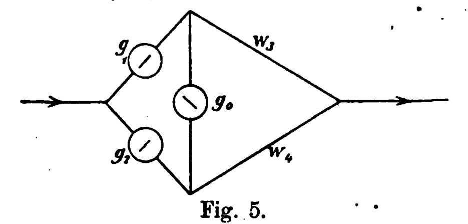


Fig. 5.

und in 6 ein Hülfsgalvanometer, Fig. 5; werden die Widerstände in den Zweigen 3 und 4, w_3 und w_4 so abgeglichen, dass das Galvanometer g_0 im Brückenzweig stromlos ist, wenn nötig unter Zuschaltung von Widerständen in den Zweigen 1

und 2 zur Herstellung des richtigen Stromverhältnisses, so verhalten sich die Stromstärken in den Instrumenten 1 und 2:

$$i_1 : i_2 = w_4 : w_3.$$

Bei dieser Anordnung braucht der mit der Temperatur meist stark veränderliche Widerstand der Instrumente selbst nicht bekannt zu sein. Hat man es mit empfindlichen Instrumenten von kleinem Widerstand w_1 und w_2 zu thun, so kann man w_3 und w_4 gross gegen w_1 bezw. w_2 nehmen und das Brückengalvanometer fortlassen; es ist dann einfach

$$i_1 : i_2 = w_4 + w_2 : w_3 + w_1 = w_4 \left(1 + \frac{w_2}{w_4}\right) : w_3 \left(1 + \frac{w_1}{w_3}\right),$$

wobei w_2 und w_1 als Korrektionsgrössen nur angenähert bekannt zu sein brauchen und ihre Aenderungen vernachlässigt werden können. Auch kann man dann das eine Instrument g_2 in den Hauptstromkreis einschalten und hat dann das Verhältnis der Stromstärken in den beiden Instrumenten g_1 und g_2:

$$i_1 : i = w_2 + w_4 : w_1 + w_2 + w_3 + w_4.$$

In diesem Fall hat man einfach die beiden Instrumente hintereinander geschaltet und dem empfindlicheren g_1 unter Zuschaltung eines Widerstandes w_3 einen Nebenschluss (Schunt) $w_2 + w_4$ vorgelegt.

Es ist darauf zu achten, dass die Instrumente keinen merklichen Einfluss aufeinander ausüben.

Man bestimmt auf diese Weise das Verhältnis der Reduktionsfaktoren; um daraus das Verhältnis der Galvanometerkonstanten zu ermitteln, ist es noch nöthig, das Verhältnis der Horizontalintensitäten an den Orten von g_1 und g_2 (70$_1$.), sowie der Torsionskoëffizienten zu ermitteln.

Ganz direkt und bequem bestimmt man die Galvanometerkonstante, indem man das Galvanometer konzentrisch in den Ring einer Tangentenbussole von bekannten Dimensionen einsetzt und den Strom in der vorerwähnten Weise zwischen beiden so teilt, dass bei entgegengesetzter Richtung desselben in beiden Instrumenten die Wirkung auf die Galvanometernadel nahezu Null wird. Sind i_1 und i_2 die Stromstärken in den Galvanometerwindungen und dem Ring, G_1 und G_2 die Konstanten derselben, α_0 der kleine Ausschlag der Nadel, bei gleichzeitiger Wirkung von i_1 und i_2 in entgegen-

gesetzter Richtung und a_2 der dem Strom i_2 in dem Ring allein entsprechende Ausschlag, so ist:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{i_2}{i_1}\left(1 + \frac{a_0}{a_2}\right).$$ F. Kohlrausch (u).

Bei Anwendung des Voltameters als Normalinstrument, das nur den Mittelwert der Stromstärke in einer gewissen Zeit misst, hat man für möglichst konstanten Strom (konstante Stromquelle) zu sorgen, und die Ausschläge des zu aichenden Instrumentes in gleichen Zwischenzeiten wiederholt abzulesen. Die Zeit zwischen Stromschluss und erster Ablesung, sowie zwischen letzter und Oeffnen des Stroms soll die Hälfte der Zeit zwischen den einzelnen Ablesungen sein; man setzt bei Bestimmung des Reduktionsfaktors den Mittelwert aus den Ausschlägen in Rechnung.

Sind $a_1\ a_2 \ldots a_n$ die einzelnen Ablesungen, so rechnet man auch bei ziemlich stark zu- oder abnehmendem Strom hinreichend genau, wenn man als Mittelwert setzt:

$$a = \frac{1}{n}\,\Sigma a_n - \frac{1}{12n}\left\{a_n - a_{n-1} - a_2 + a_1\right\}.$$

Der Fehler, den man begeht, indem man statt des Mittelwerts der Funktion des Ausschlages $(\Sigma f(a_n))\,/\,n$ die Funktion des Mittelwertes $f(\Sigma a_n)\,/\,n$ nimmt, ist $(\Sigma\delta^2_n\ f''(a))\,/\,2n$, wo δ die Abweichungen der Einzelwerte a vom Mittelwert und $f''(a)$ der zweite Differentialquotient von f für den Mittelwert a ist; derselbe ist auch bei Aenderung der Ausschläge um mehrere Prozente verschwindend klein.

3. Aichung mit einem Normalelement. Rayleigh (d), Feussner (a), Köpsel (c). Der Quotient aus der E. M. K. an den Enden eines Leiters und seinem Widerstand giebt die Stromstärke (11.). Ist der letztere in Ohm gegeben und misst man die erstere in Volt, so erhält man die Stromstärke in Ampère. Die letztere Messung geschieht zweckmässig durch Vergleich mit einer bekannten E. M. K., Normalelement (138.) nach der Anordnung Fig. 6. Das zu aichende Instrument g

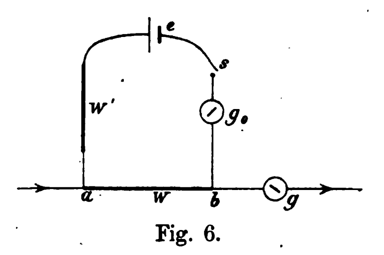


Fig. 6.

und der Widerstand w werden nach einander vom Aichstrom durchflossen; w muss so beschaffen sein, dass er durch die Stromwärme nicht merklich verändert wird (kleiner Temperaturkoëffizient, **135.**). Die Enden a und b von w werden unter Einschaltung eines grösseren Widerstandes w' und eines Hülfsgalvanometers g_0 mit den Polen eines Normalelementes e so verbunden, dass bei geeigneter Regulierung von w die Abzweigung $a\ e\ b$ stromlos bleibt, g_0 also keinen Ausschlag giebt; ein Stromschlüssel s gestattet die Abzweigung nur so lange zu schliessen, als zur Feststellung der Stromlosigkeit nötig ist; der Widerstand w_1 soll den Durchgang stärkerer Ströme durch e während der Abgleichung verhindern und kann nach erfolgter Abgleichung zur Erhöhung der Empfindlichkeit verkleinert werden. Die Stromstärke in g ist dann $i = e / w$. Kann man vollständige Stromlosigkeit in g_0 nicht erreichen, so findet man aus zwei verschiedenen Werten von i: i_1 und i_2, die kleine entgegengesetzte Ausschläge a_1 und a_2 in g_0 ergeben, die der Stromlosigkeit entsprechende Stromstärke durch Interpolation:

$$i = i_1 + \frac{a_1}{a_1 + a_2}(i_2 - i_1).$$

Um die geeignete Anordnung für die vorhergehenden Methoden zu treffen, ist es häufig erwünscht, einen angenäherten Wert des Reduktionsfaktors zu bestimmen. Hierzu gelangt man am schnellsten, indem man ein oder mehrere Elemente von bekannter E. M. K. (1 Daniell = 1,1 Volt) durch das Galvanometer und einen geeigneten bekannten Widerstand schliesst; ist w der Widerstand des gesammten Stromkreises (Element und Galvanometer eingeschlossen), so ist die Stromstärke $i = e / w$ Ampère und der Reduktionsfaktor $R = e / wf(a)$ bezogen auf Ampère.

Bei sehr empfindlichen Galvanometern und Normalelementen giebt dieses Verfahren unter Einschaltung grosser bekannter Widerstände genauere Werte und kann insbesondere dazu dienen, die Konstanz des Reduktionsfaktors zu prüfen.

97. Graduierung. Bei den meisten Instrumenten ist die Funktion a der Beziehung $i = R\,f(a)$ (**95.**) nicht genau bekannt, sondern muss empirisch ermittelt werden, indem man

die Ausschläge bei verschiedenen in bekanntem Verhältnis zu einander stehenden Stromstärken bestimmt. Vergleich mit einem Normalinstrument bei verschiedenen Stromstärken liefert ausser der Aichung auch die Graduierung. Ausserdem kann man für die letztere folgende Methoden verwenden:

1. Graduierung im einfachen Stromkreis, Wheatstone. Änderung der E. M. K. durch aufeinander folgende Einschaltung mehrerer Elemente oder des Widerstandes ergiebt auch Änderung der Stromstärke; man kann die letztere annähernd der Zahl der Elemente, Gleichheit derselben vorausgesetzt, direkt, dem Widerstande umgekehrt proportional setzen. Die Methode ist wenig genau, weil sowohl die E. M. K. der Elemente, wie auch der Widerstand derselben und der Messinstrumente sich mit der Stromstärke ändert.

2. Graduierung im verzweigten Stromkreis. Hierbei ist der Einfluss der erwähnten Fehlerquellen zwar nicht vermieden, aber doch herabgesetzt. Die Anordnung giebt Fig. 7; *a c* und *c b* sind veränderliche Widerstände, deren Summe *a b* konstant bleibt (Rheostat mit Zwischenstöpsel oder gut kalibrierter Draht mit Schleifkontakt *c*). Mit *a* und *b* wird das zu aichende Instrument *g*, mit *a* und *c* die Pole der Säule *e* unter Einschaltung eines Widerstandes verbunden. Es sei

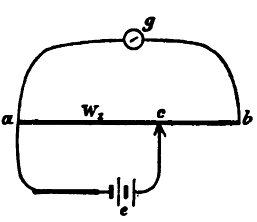


Fig. 7.

e die E. M. K. der Säule,
w der Widerstand von *a b*,
w_1 der Widerstand von *a c*,
w_e der Widerstand des Zweiges *a e c*,
w_g der Widerstand des Zweiges *a g b*,

so ist die Stromstärke in *g*

$$i = \frac{e\,w_1}{w_e\,(w + w_g)\left\{1 + \frac{w_1}{w_e}\left(1 + \frac{w_1}{w + w_g}\right)\right\}},$$

also wenn w_1 klein gegen w_e annähernd:

$$i = \frac{e\,w_1}{w_e\,(w + w_g)},$$

also proportional w_1.

Bei grossem Widerstand w_g also bei empfindlichen Instrumenten kann man w_e und w_g vertauschen, das Galvanometer also mit a und c, die Säule mit a und b verbinden und hat dann

$$i = \frac{e w_1}{w_g (w + w_e) \left\{ 1 + \frac{w_1}{w_g} \left(1 - \frac{w_1}{w + w_e} \right) \right\}}$$

oder annähernd

$$i = \frac{e w_1}{w_g (w + w_e)}.$$

Durch Verschiebung des Kontaktes c kann man also i in bekanntem Verhältnis abändern; die Änderung der Stromstärke in der Säule kann dabei sehr klein gehalten werden. Auch brauchen w, w_e und w_g nicht genau bekannt zu sein, sofern sie konstant bleiben, da es sich nur um das Verhältnis von Stromstärken handelt. Kleine regelmässige Änderungen der Widerstände und der E. M. K. fallen heraus durch zweimalige Beobachtungen bei ansteigender und abnehmender Stromstärke und Mittelnahme. Petrina, Grassi.

Die Kalibrierung des Drahtes vermeidet die Anordnung von Boccali, Fig. 8, unter Anwendung eines Umschalters aus fünf Quecksilbernäpfen *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, von denen *1* und *2* mit dem Instrument g, *4* mit der Mitte d des Brückendrahtes $a\,b$, *3* und *5* mit zwei Schleifkontakten c_1 und c_2 auf demselben verbunden sind.

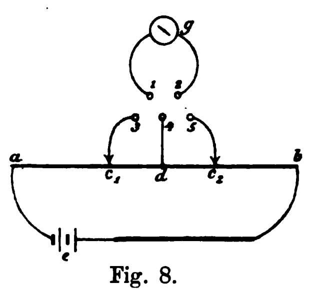


Fig. 8.

Man stellt durch Kupferbügel nacheinander folgende Verbindungen her:

1—4 und *2—5* das Instrument g gebe den Ausschlag a_1,

1—3 und *2—4*, Ausschlag wieder a_1, was durch Verschieben des Schleifkontaktes c_2 erreicht wird,

1—3 und *2—5*, Ausschlag a_2, derselbe entspricht, Konstanz der Säule vorausgesetzt, genau der doppelten Stromstärke, wie a; man mache dann bei der ersten Schaltung den Ausschlag gleich a_2 durch Verschieben von c_1, so giebt die dritte

Schaltung einen Ausschlag a_3, welcher der dreifachen Stromstärke, wie a_1 entspricht u. s. f. Vorausgesetzt ist hierbei, dass der Widerstand von $a\,b$ klein ist gegen den des Zweiges g, so dass durch Verschieben der Schleifkontakte und durch die verschiedenen Schaltungen der Widerstand des Hauptkreises nicht merklich geändert wird. Regulieren der Stromstärke im Hauptkreise auf gleichen Stand eines eingeschalteten Galvanoskops macht diese Forderung sowie genaue Konstanz der Säule entbehrlich.

3. Graduierung mit Kompensation. Die Methode hat gegenüber den vorigen den Vorzug, dass sie blos die Konstanz einer stromlos gebrauchten Hülfssäule voraussetzt. Die Anordnung ist entweder, wie (96₃.), wo die Aichung mit verschiedenen Stromstärken unter gleichzeitiger Abänderung von w auch die Graduierung ergiebt oder bequemer, wie Fig. 9, Grotrian, wo $a\,b$ ein Widerstand mit veränderlichem Kontakt c (Rheostat, Brückendraht) g das zu graduierende Instrument und $c\,g_0\,e_0\,d$ eine Zweigleitung mit der konstanten Hülfssäule e_0 dem Galvanoskop g_0, einem Zusatzwiderstand und einem Stromschlüssel s; durch Verschieben von c wird auf Stromlosigkeit in g_0 eingestellt, wobei s immer nur kurze Zeit geschlossen wird. Ist

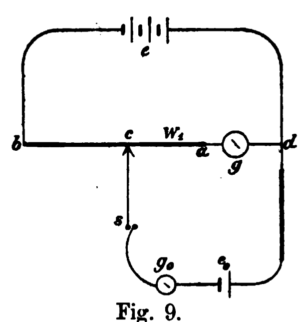


Fig. 9.

w_1 der Widerstand von $a\,c$,
w_g der Widerstand von g,
e_0 die E. M. K. des Hülfselementes,

so ist die Stromstärke in g:

$$i = \frac{e_0}{w_1 + w_g}.$$

Man macht w_1 gross gegen w_g und ändert i durch Ändern der Widerstände $a\,c$ und $b\,c$. Über Interpolation. vergl. 96₃. Um die Unveränderlichkeit von e_0 festzustellen, ist es gut, nach Beendigung der Graduierung auf die Anfangsstromstärke zurückzugehen.

4. Graduierung von Galvanometern durch Drehen des Multiplikators. Poggendorff (c). Man setzt das Instrument auf eine drehbare Unterlage mit Kreisteilung und sendet einen Strom hindurch, dessen Konstanz mit einem Hülfsgalvanoskop geprüft wird.

Bei Meridianstellung der Windungsebene sei die Ablenkung der Nadel durch den Strom a_0, nach Drehen der Windungsebene um die Winkel $\varphi_1, \varphi_2 \ldots$ seien die Ablenkungen durch den gleichen Strom nach derselben Seite wie $\varphi_1, \varphi_2 \ldots$: $a_1, a_2 \ldots$; setzt man dann

$$i = R\frac{\sin a}{f_1(a)}, \text{ also } f_1(a) = \frac{\sin a}{f(a)},$$

so ist

$$f_1(a_0):f_1(a_1-\varphi_1):f_1(a_2-\varphi_2):\ldots = \sin a_0:\sin a_1:\sin a_2:\ldots,$$

woraus folgt:

$$f(a_n-\varphi_n) = f(a_0)\frac{\sin(a_n-\varphi_n)}{\sin a_n}.$$

Mit Hülfe dieser Beziehung lassen sich die Abweichungen der Funktion $f(a)$ von einer einfachen Form ($f(a) = a$, $tg\, a \ldots$) ermitteln, am besten durch graphische Darstellung.

Die Methode eignet sich besonders zur Bestimmung der Galvanometerfunktion bei beliebiger Form des Multiplikators und beliebiger Nadellänge.

Man kann die durch die Gleichung

$$G_a = \frac{H(1+\Theta)\,a}{i}$$

definierte Galvanometerfunktion in ihrer Abhängigkeit von a darstellen durch:

$$G_a = G(1-ga^2),$$

wo G und g Konstanten sind. Es ist dann:

$$g = \frac{1}{(a_n-\varphi_n)^2}\cdot\frac{\sin a_0 - \sin a_n}{\sin a_0}$$

für $n = 1, 2, 3 \ldots$, oder bei Beobachtung der Ausschläge $n_0, n_1, n_2 \ldots$ mit Spiegel und Skale in der Entfernung e

$$g = \frac{1}{(a_n-\varphi_n)^2}\frac{n_0-n_n}{n_0}\left(1-\frac{3}{8}\frac{n_n(n_0+n_n)}{e^2}\right).$$

F. Kohlrausch (u).

Einfacher noch wird die Methode, wenn man die Stromwirkung des Multiplikators bei verschiedener Neigung der Windungsebene gegen den Meridian vergleicht mit der Wirkung des gleichen Stromes oder eines Teiles desselben in einer feststehenden Leitung, Bosscha; Stromschwankungen fallen dann heraus. Besonders empfehlenswert ist hier die **96**$_2$, pag. 74 angegebene Anordnung von F. Kohlrausch (u) mit konzentrisch gestelltem Ring.

Der Strom wird auch hier so zwischen Multiplikator und Ring verzweigt, dass die Wirkungen beider auf die Nadel sich nahezu aufheben. Sind

$n_0, n_1, n_2 \ldots$ die (sehr kleinen) Ausschläge für die Drehung

$\varphi = o, \varphi_1, \varphi_2 \ldots$ des Multiplikators gegen den Meridian und

n' der Ausschlag für den Strom in der Tangentenbussole allein auf tg reduziert, so ist

$$g = \frac{1}{\varphi_n^2} \frac{n_n - n_0}{n' - n_0}, \quad n = 1, 2, 3 \ldots$$

98. Aufstellung und Orientierung von Galvanometern und Dynamometern.

1. Galvanometer. Die Windungsebene des Multiplikators wird mit Hülfe einer langen Magnetnadel annähernd in den Meridian gebracht; die Fussschrauben so gestellt, dass die Windungsebene senkrecht steht, und die Nadel frei in der Mitte des Dämpfers schwebt. Sodann wird die Aufhängung torsionsfrei gemacht: gleiche Drehung des oberen Befestigungspunktes (oder auch der Nadel) in entgegengesetzter Richtung müssen gleiche Ablenkungen der Nadel nach beiden Seiten ergeben; endlich wird die Windungsebene genau in den Meridian gebracht; der gleiche Strom muss in entgegengesetzten Richtungen entgegengesetzt gleiche Ablenkungen bewirken (wiederholtes Stromwenden!).

2. Dynamometer mit gekreuzten Rollen. Nach vorläufiger Orientierung der festen Rollen mit der Windungsebene in den Meridian und Senkrechtstellung derselben, wird die bewegliche Rolle in sich geschlossen und durch die festen

werden Wechselströme geschickt; die bewegliche Rolle wird so lange gedreht, bis ihre Ablenkung Null oder wenigstens ein Minimum ist; dann stehen die Axen der Rollen senkrecht zu einander. Durch die bewegliche Rolle allein wird ein konstanter Strom gesandt und das ganze Instrument so lange gedreht, bis die Ablenkung derselben aus der Ruhelage ohne Strom ein Minimum ist; dann liegt ihre Axe im Meridian.

3. Messung veränderlicher Ströme.

99. Messung einzelner kurzdauernder Stromstösse (Induktionsstösse, Elektrizitätsmengen). Die Methoden der vorigen Abschnitte setzen im Allgemeinen voraus, dass die zu messenden Ströme konstant sind, oder dass merkliche Schwankungen nur in Zeiten erfolgen, die gross sind gegen die Schwingungsdauer des Messinstrumentes. Bei veränderlichen Strömen ergiebt die galvanometrische oder voltametrische Messung $\int i\, dt$ oder die algebraische Summe der sämmtlichen durch den Stromkreis geflossenen Elektrizitätsmengen, die elektrodynamische oder elektrokalorische Messung dagegen $\int i^2\, dt$, oder die Energie für die Widerstandseinheit des Stromkreises.

Die Elektrizitätsmenge eines Stromstosses von kurzer Dauer misst man mit einem sog. ballistischen Galvanometer, dessen Nadel eine erhebliche Schwingungsdauer (5—30 *sec*) hat, gegen welche die Dauer des Stromstosses verschwindend klein ist. Ist

- α der grösste Winkelausschlag der Galvanometernadel (Impulsivausschlag),
- R der Reduktionsfaktor des Galvanometers (95 ff.), auf c. g. s. oder Ampère bezogen für kleine Ausschläge,
- t die Dauer der einfachen ungedämpften (54.) Schwingung der Magnetnadel auf kleine Schwingungsbögen zurückgeführt (50—53.), in *sec*,
- k das Dämpfungsverhältnis (54.),
- $\Lambda = lgn\, k$ das natürliche logarithmische Dekrement (54.),

so ist die durch das Galvanometer gegangene Elektrizitätsmenge:

$$q = 2R \frac{t}{\pi} \sin \frac{a}{2} k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Lambda}} \quad \text{c. g. s. E. oder Coulomb.}$$

Der Dämpfungsfaktor $\varkappa = k^{(1/\pi) \operatorname{arctg} \pi/\Lambda}$ kann für kleine Dämpfung auf 1 Tausendstel genau gesetzt werden

$$\varkappa = \sqrt{k} \qquad \text{bis } k = 1{,}1, \quad \lambda = 0{,}04$$

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= 1 + 1{,}160\,\lambda \\ \text{oder} \quad &= 1 + 0{,}5038\,\Lambda \end{aligned}\right\} \text{ „ } k = 2 \quad \lambda = 0{,}3$$

Vergl. Tab. 3.

Bei Induktionsstössen und Kondensatorentladungen handelt es sich meist um Elektrizitätsmengen zwischen 10^{-3} und 10^{-8} Coulomb. So liefert ein grosser Rühmkorff durch Oeffnen oder Schliessen eines primären Stromes von 6 Am. eine induzierte Elektrizitätsmenge von 10^{-3} Coulomb; eine grosse Leydener Flasche (25 *cm* Durchmesser, 35 *cm* Belaghöhe) bei Ladung auf 100 Volt etwa 10^{-6} Coulomb.

Hauptfehlerquellen sind dabei: 1. Ungenügende Isolierung der Galvanometerwindungen, sodass bei der Entladung der meist hochgespannten Elektrizitätsmengen einzelne Windungen oder Windungslagen übersprungen werden; 2. Induzierter Magnetismus der Magnetnadel durch zu grosse Stromstärke; derselbe bewirkt meist auch eine Änderung des permanenten Magnetismus, die sich bei empfindlichen astatischen Nadelsystemen durch Änderungen der Ruhelage kundgiebt.

Um den Einfluss, den die Dauer des Stromstosses auf die Messung hat, berechnen zu können, muss man den Verlauf der Intensitätskurve des Stromstosses kennen.

Ist der Strom eine einfache Sinusfunktion der Zeit (wie bei einem mit gleichförmiger Geschwindigkeit umgelegten Erdinduktor), und τ die Dauer des Stosses, so ist der Ausdruck für q zu multiplizieren mit

$$1 + \left(\frac{\pi^2}{8} - 1\right) \frac{\tau^2}{t^2} = 1 + 0{,}2337 \frac{\tau^2}{t^2}. \qquad \text{Dorn (a).}$$

Bei konstanter Intensität wäre der Korrektionsfaktor

$$1 + 0{,}4112\,\frac{\tau^2}{t^2}.$$

100. Messung periodisch wiederholter Stromstösse. Multiplikations- und Zurückwerfungsmethode. Kann man die Stromstösse in gleicher Stärke und abwechselnder Richtung wiederholen in Zeiträumen, die der einfachen Schwingungsdauer der Galvanometernadel entsprechen, so kann man die Messung durch eine der folgenden von Gauss (g) und W. Weber (c, g) angegebenen Methoden verfeinern.

1. Multiplikationsmethode. Man wiederholt die Stromstösse bei jedem Durchgang der Nadel durch die Ruhelage, sodass sie die Bewegung immer verstärken, also in stets abwechselndem Sinn, so lange, bis die Ausschläge konstant geworden sind. Ist

α' der Grenzwert des Schwingungsbogens zwischen zwei Umkehrpunkten der Nadel,

so findet man aus diesem und dem Dämpfungsverhältnis k den einem einmaligen Stromstoss entsprechenden Impulsivausschlag

$$\alpha = \frac{\alpha'}{2}\,\frac{k-1}{k},$$

mit Hülfe dessen die jedem Stromstoss entsprechende Elektrizitätsmenge zu bestimmen ist (99.).

Bei dieser Methode braucht man die Ruhelage der Nadel nicht abzuwarten; dagegen ist sie bei kleiner Dämpfung nicht zu empfehlen, einmal wegen der langwierigen Beobachtung, sodann weil die Kleinheit von $k - 1$ eine sehr genaue Kenntnis des Dämpfungsverhältnisses erfordert.

In vielen Fällen ist es ratsam, nicht die Konstanz der Ausschläge abzuwarten, sondern nur bis zu einer geeigneten Grösse derselben fortzugehen. G. Wiedemann (a). Ist dann

α_0 der Ausschlag vor dem ersten,

α_n derjenige nach dem n Stromstoss,

so ist

$$\alpha = \left\{ \alpha_n - \alpha_0\,\frac{k^n + k^{n-1}}{k^{n(n-1)}} \right\} \frac{k^n - k^{n-1}}{2k^n - k - 1}.$$

Korrektionen wegen unrechtzeitiger und nicht momentaner Stromstösse. Trifft der jedesmalige momentane Stromstoss die Nadel nicht genau in der Gleichgewichtslage, sondern mit einer Verspätung ϑ (eine Verfrühung wird als negative Verspätung gerechnet), so sind die Endausschläge zu klein und zu multiplizieren mit:

$$1 + \frac{\pi^2}{2k}\frac{\vartheta^2}{t^2} + \frac{\pi^3(2-k)\Lambda}{3k^2\sqrt{\pi^2+\Lambda^2}}\frac{\vartheta^3}{t^3}$$

(t die Schwingungsdauer der Nadel). Dorn (a).

Die Korrektion für nicht momentane Stromstösse ist die gleiche, wie oben (**99.**).

2. Zurückwerfungsmethode. Die Nadel erhält bei jeder zweiten Rückkehr in die Ruhelage einen Stromstoss in abwechselnder Richtung und zwar so, dass sie jedesmal zurückgeworfen wird. Auch hier werden nach einiger Zeit die Ausschläge konstant und zwar erhält man vier verschiedene Werte, je zwei auf jeder Seite, die man durch Beobachtung von vier aufeinanderfolgenden Umkehrpunkten bestimmt; der 1. und 3. entsprechen dem grösseren, der 2. und 4. dem kleineren Schwingungsbogen (vergl. Fig. 10). Die Grenzwerte werden schneller erreicht, wenn man dem ersten Stromstoss nicht die volle Stärke giebt.

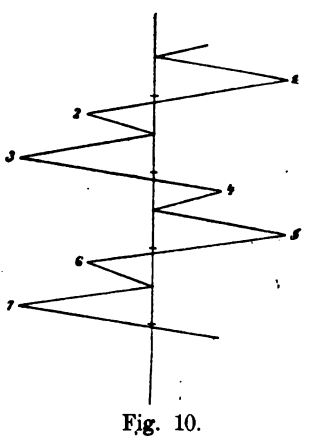


Fig. 10.

Man bestimmt nach dieser Methode gleichzeitig die Dämpfung und den Impulsivausschlag eines Stromstosses, und sie empfiehlt sich namentlich zur Ermittelung grosser Dämpfungsverhältnisse. Eine Spule, in der ein Doppelmagnet mit einander zugekehrten gleichnamigen Polen zwischen festen Anschlägen hin- und hergeschoben wird (Magnetinduktor) kann zur Herstellung der Stromstösse verwandt werden. Ist

α_1 der Unterschied zwischen 1. und 3.,

β_1 der zwischen 2. und 4. Umkehrpunkt,

so ist $k = \alpha_1 / \beta_1$ das Dämpfungsverhältnis, und

$$a = \frac{1}{2} \frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2}{\sqrt{\alpha_1 \beta_1}}$$

der Impulsivausschlag für einmaligen Stromstoss.

Die Korrektion wegen unrechtzeitiger Stromstösse ist in diesem Falle:

$$1 - \frac{\pi^2}{2k^2} \frac{\vartheta^2}{t^2} + \frac{\pi^3 (k^2 + 2) \Lambda}{3k^4 \sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}} \frac{\vartheta^3}{t^3},$$

vergl. oben; die Korrektion für die Dauer des Stosses ist die gleiche wie dort.

3. Gemischte Methode, Weber und Zöllner (g). Dieselbe ist bei sehr schwacher Dämpfung von Vorteil. Die Stromstösse erfolgen auch hier in wechselnder Richtung und zwar bei der zweiten Rückkehr der Nadel in die Gleichgewichtslage (schwächend), bei der 3. (verstärkend), bei der 5. (schwächend), bei der 6. (verstärkend), bei der 8. (schwächend), bei der 9. (verstärkend) u. s. f. Man erhält 6 verschiedene Ausschläge, die sich nach längerer Fortsetzung auf 3 reduzieren, indem der 1. gleich dem 4., der 2. gleich dem 5. und der 3. gleich dem 6. wird. (Fig. 11.)

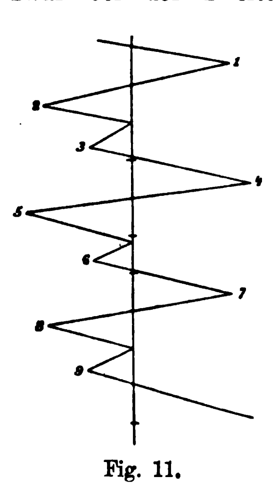


Fig. 11.

Sind $a_1, a_2 \ldots a_6$ die aufeinanderfolgenden einseitigen Ausschläge einer ganzen Periode, so berechnet sich der Impulsivausschlag des einmaligen Stromstosses

$$a = \frac{1}{4} \left\{ a_1 + a_2 + a_4 + a_5 - (a_2 + a_5 - a_3 - a_6) \frac{k-1}{k} \right\}$$

oder, falls der Endzustand erreicht ist,

$$a = \frac{1}{2} \left\{ (a_1 + a_2) - (a_2 - a_3) \frac{k-1}{k} \right\}.$$

Die Dämpfung wird nach **54.** gesondert bestimmt; kann aber auch aus den Beobachtungen entnommen werden

$$k = \frac{a_1}{a^2} = \frac{a_4}{a_5}.$$

101. Messung periodisch veränderlicher Ströme von kurzer Periode. Bei periodisch veränderlichen Strömen, deren Periode klein ist gegen die Schwingungsdauer des Messinstrumentes, erhält man dauernde Ausschläge, welche bei Wechselströmen für das Galvanometer im Allgemeinen verschwinden, falls nicht der induzierte Magnetismus der Nadel sehr gross wird. Bei Gleichströmen, welche man aus Wechselströmen durch Anwendung eines rotierenden Kommutators oder eines Disjunktors erhält, giebt der dauernde Galvanometerausschlag, mit dem Reduktionsfaktor multipliziert, die mittlere Stromstärke (26.). Die Quadratwurzel aus dem Dynamometerausschlag misst dagegen für Gleich- und Wechselstrom die wirksame Stromstärke (26.). Elektrodynamometer und -kalorimeter messen auch die Energie für die Widerstandseinheit (vergl. 150.).

102. Dauer und Verlauf von Entladungen.

1. Stromstösse. Wird ein kurzdauernder Stromstoss von konstanter Stärke gleichzeitig durch ein Galvanometer und ein Dynamometer (oder Elektrokalorimeter) geschickt, so ist der Quotient aus dem Quadrat des Galvanometerausschlags, a_g, dividirt durch den Dynamometerausschlag a_d, beide auf absolutes Maass reduziert, die Dauer der Entladung. W. Weber (b). $\tau = a_g^2 / a_d$.

Ist die Stromstärke nicht konstant, sondern fällt von einem Maximalwert i_m linear ab, so erhält man

$$\tau = \frac{3a_d}{i_m^2} + \frac{a_g}{i_m} - \sqrt{\left(\frac{3a_d}{i_m^2} + \frac{a_g}{i_m}\right)^2 - \left(\frac{2a_g}{i_m}\right)^2}.$$

Beide Fälle werden nie genau zutreffen und die Berechnungen können daher immer nur Näherungswerte liefern, die indessen in manchen Fällen, z. B. bei Kondensatorentladungen durch eine Funkenstrecke und einen sehr grossen Widerstand ausreichen.

2. Schwingungszahl und Verlauf periodischer Ströme. Bei Wechselströmen von nicht zu grosser Frequenz (etwa bis $n = 10^3$, wenn n die Frequenz), kann man den Verlauf dadurch bestimmen, dass man eine an einen induktionsfreien Widerstand (107.) angelegte Ableitung, die einen grossen

Widerstand und ein empfindliches Galvanometer enthält, während eines kurzen Bruchtheils jeder Periode mittelst einer geeigneten automatischen Vorrichtung (rotierender Stromschlüssel mit Bürstenkontakt) schliesst; der Ausschlag des Galvanometers giebt ein Maass für die Stromstärke in dem betreffenden Augenblick. Dadurch, dass man denselben durch Verstellen des Stromschlusses nacheinander in verschiedene Abschnitte der Periode verlegt, erhält man durch die verschiedenen Galvanometerausschläge eine Kurve, die den Verlauf der Stromkurve in einer Periode wiedergiebt, Guillemin, Nichols, Franke.

Die Selbstinduktion der Ableitung kann dabei zu Fehlern Veranlassung geben, falls sie nicht so klein ist, dass man die Zeitkonstante der Ableitung (**29.**) vernachlässigen kann. Vermieden werden diese Fehler bei Anwendung von Kompensation, indem man durch eine geeignete gegengeschaltete E. M. K. die Ableitung stromlos macht. Joubert (b).

Ferner kann man die Stromkurven direkt objektiv oder subjektiv sichtbar machen, indem man die alternierenden Ströme durch ein geeignetes Telephon leitet und die erzwungenen Schwingungen der Telephonmembran mittels eines mit ihr fest verbundenen Spiegels beobachtet. Frölich (b).

Ähnlich beobachtet Colley (a) die erzwungenen Schwingungen einer mit einem Spiegel verbundenen Magnetnadel in einer von alternierenden Strömen durchflossenen Spule.

Stromschwingungen grösserer Frequenz (etwa bis $n = 10^5$), wie alternierende Kondensatorentladungen durch Widerstände von grosser Selbstinduktion (**35.**), werden mit dem Helmholtzschen Pendel untersucht. Zwei Kontakthebel sind mittels feiner Schraubenverschiebung gegeneinander verstellbar, sodass sie nacheinander von einem herabfallenden Pendel getroffen und umgeschlagen werden. Durch den ersten wird die Entladung eingeleitet, durch den zweiten wird sie unterbrochen und die zurückbleibende Ladung des Kondensators galvanometrisch (oder auch sein Potential elektrometrisch) gemessen. Dieselbe ist bei alternierenden Entladungen eine periodische Funktion der Entladungszeit und zwar fällt die Periode mit der der Entladungen selbst zusammen, die somit gemessen

wird. Die Entladungszeit bestimmt man aus der Entfernung der beiden Kontakthebel und der Geschwindigkeit des Pendels, die aus Schwingungsdauer und Amplitude zu ermitteln ist, H. v. Helmholtz (c, d). Eine andere Methode zur Bestimmung derselben ergiebt sich, wenn man durch den einen Kontakthebel einen Strom von bekannter Stärke i durch ein ballistisches Galvanometer schliesst, durch den anderen öffnet und nach 99. die durch das Galvanometer geflossene Elektrizitätsmenge q bestimmt, dann ist die Entladungszeit q / i, Pouillet. Auch hier kann die Selbstinduktion Fehler bedingen.

Man kann mit dieser Vorrichtung Zeiten von 10^{-6} *sec* noch auf einige Prozente genau bestimmen.

Auch die Dämpfung der Schwingungen kann man auf diese Weise bestimmen. Vergl. Schiller, Bernstein, Mouton, Oberbeck (a), Cohn (a).

Klemencic (e, f) benutzt statt des Pendels einen Stimmgabelunterbrecher mit Quecksilberkontakten, Bouty (b) ein Torsionspendel mit ebensolchen.

Geschehen die Entladungen durch eine Funkenstrecke, so kann man die einzelnen Alternationen entsprechenden Teilentladungen mittels eines rotierenden Spiegels beobachten, Feddersen, oder mittels rotierenden Objektivs oder bewegter Platte getrennt photographieren, Boys, und so die Schwingungsdauer bestimmen.

Bei noch schnelleren elektrischen Schwingungen (bis etwa $n = 10^8$), wie sie zwischen zwei durch einen kurzen geraden Leiter verbundenen Kugeln oder Platten entstehen, die auf entgegengesetzte Potentiale geladen werden, Hertz (a), reichen diese Beobachtungsmittel nicht mehr aus. Man kann dann aber stehende Schwingungen erzeugen, die Wellenlänge derselben messen und die Schwingungsdauer als den Quotienten aus der Wellenlänge und der bekannten Fortpflanzungsgeschwindigkeit ($v = 3 \times 10^{10}$ *cm / sec*) berechnen.

Am besten misst man die Wellenlänge der stehenden Schwingungen in Drähten nach der Anordnung, Fig. 12. Hertz (b), Lecher (b), Blondlot (c, d).

Zwei quadratische oder kreisrunde Platten (I und II von

etwa 40 *cm* Durchmesser) sind durch einen geraden, in der Mitte durch eine Funkenstrecke unterbrochenen Draht verbunden; zwischen den Kugelelektroden der Funkenstrecke gehen die Entladungen eines Induktoriums oder einer Influenzmaschine über und erzeugen alternierende Entladungen zwi-

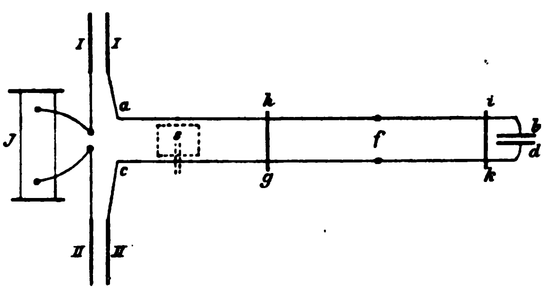


Fig. 12.

schen den Platten von etwa der Frequenz 10^8 (Hertz'sche Schwingungen). Diese Schwingungen übertragen sich auf die gegenüberstehenden Platten I' und II' und pflanzen sich längs der mit letzteren verbundenen langen (mindestens 500 *cm*) parallelen Drähte *a b* und *c d* fort, die im Abstand 5—20 *cm* laufen und entweder frei oder an kleinen Kondensatorplatten (bis 20 *cm* Durchmesser) endigen. Am Ende bringt man einen Energiemesser für die Hertz'schen Schwingungen an; derselbe kann bestehen entweder aus einer kleinen Funkenstrecke oder einer Vakuumröhre mit oder ohne Elektroden, oder einem Elektrometer oder Elektroskop, oder dem Bolometer von Paalzow und Rubens (**93.**) u. s. f. Die parallelen Drähte werden dann an zwei Stellen *i k* und *g h* so durch einen Querdraht überbrückt, dass am Ende bei gleichzeitiger Ueberbrückung an beiden Stellen das Maximum der Energie auftritt. Besser ist es noch, den Energiemesser bei *f*, in der Mitte zwischen *i k* und *g h*, anzubringen; die letzteren müssen so gewählt sein, dass zwischen ihnen nur ein Energiemaximum bei Verschieben von *f* aufzufinden ist. Es ist dann die Strecke zwischen den Brücken in Resonanz mit dem Teile *b i k d* und es kann *g h i k* als die Länge der in letzterem verlaufenden Schwingungen angesehen werden, vorausgesetzt, dass *b i k d*

klein ist gegen *g h i k*, was im Allgemeinen nicht der Fall; bezüglich der genaueren Theorie vergl. Cohn und Heerwagen (e).

Blondlot (c, d) hat die Anordnung etwas abgeändert; er biegt den Leiter der primären Schwingungen zu einem nahe geschlossenen Kreis und stellt die Platten I und II einander gegenüber; die Platten I' und II' mit ihrer Verbindung mit *a* und *c* werden durch einen kreisförmigen, dem primären Leiter nahe gleichen und parallelen Draht ersetzt, der nur an der Stelle *a c*, wo die parallel fortlaufenden Drähte angesetzt sind, unterbrochen ist. Als Energiemesser benutzt Blondlot zwei kleine Kondensatorplatten mit rechteckigem Schliessungsdraht *s*, der zwischen die Drähte *a b* und *c d* gebracht wird (in der Figur punktiert angedeutet); zwischen den kleinen Platten befindet sich eine Funkenstrecke, an der die Energie beobachtet wird. Es werden zwei Stellen *g h* und *i k* der Brücke aufgesucht, für welche die letzte ein Maximum ist; die Entfernung beider giebt die halbe Wellenlänge der Schwingungen des Sekundärinduktors *s*.

Durch elektrometrische Messung der an den Enden sehr langer Drähte (1300 *cm*) reflektierten Wellen kann man auch die Dämpfung und den zeitlichen Verlauf derselben bestimmen, Bjerknes. Man misst durch die Impulsivausschläge des Elektrometers die Energie an verschiedenen Stellen nahe den Enden der Drähte und erhält durch graphische Darstellung eine gedämpfte Schwingungskurve, welche ein Bild von dem zeitlichen Verlauf der Schwingungen giebt. Das Dämpfungsverhältnis beträgt bei Kupferdrähten etwa *1,3—1,7*.

Kapitel 3.

Widerstandsvergleichungen.

1. Berechnungen aus spezifischem Widerstand und den Dimensionen.

103. 1. Cylindrischer Leiter mit äquipotentiellen Endflächen. Bezeichnen

l die Länge,

f den Querschnitt,

σ den specifischen Widerstand (**11.**, **41.**, Tab. 8, 11).

λ das Leitungsvermögen (**11.**, **41.**, **135** Tab. 8—11.)

eines cylindrischen Leiters mit zur Axe senkrechten äquipotentiellen Endflächen, so ist der Widerstand desselben:

$$w = \sigma \cdot \frac{l}{f} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{l}{f}.$$

Ist σ der spec. Widerstand in c. g. s. Einheiten (**41.**), (*94074* für Quecksilber von 0^0), l in *cm*, f in *qcm* ausgedrückt, so erhält man w in c. g. s. Einheiten. Division durch 10^9 ergiebt ihn in wahren Ohm (**43.**).

Ist σ der relative spec. Widerstand bezogen auf Quecksilber von 0^0, l in *m*, f in *qmm* ausgedrückt, so erhält man w in Siemens Einheiten (**43.**). Division durch *1,06* ergiebt ihn in legalen, durch *1,063* in wahren Ohm.

σ und λ sind von der Temperatur abhängig und man kann setzen

$$\sigma = \sigma_0 (1 + \alpha\vartheta)$$
$$\text{oder } \sigma = \sigma_0 (1 + \alpha_1\vartheta + \alpha_2\vartheta^2),$$
$$\lambda = \lambda_0 (1 + \beta\vartheta)$$
$$\text{oder } \lambda = \lambda_0 (1 + \beta_1\vartheta + \beta_2\vartheta^2),$$
$$\text{wo } \beta = - \alpha,\ \beta_1 = - \alpha_1,$$

σ_0 und λ_0 spec. Widerstand und Leitungsvermögen bei 0^0 C, ϑ die Temperatur in Celsiusgraden und a und β die sog. Temperaturkoëffizienten sind (vergl. Tab. 8, 9).

Die Bestimmung der Länge geschieht mit dem Komparator durch Vergleich mit einem Normalmaassstab, wobei auf die Temperaturausdehnung des Leiters sowohl, wie des Maassstabes Rücksicht zu nehmen ist (Tab. 19). Glasröhren für flüssige Leiter werden an ihren Enden eben oder besser schwach konvex oder konisch abgeschliffen (wobei Ausspringen des inneren Randes zu verhüten ist). Um scharfe Einstellung zu haben, kittet man zweckmässig kleine Glasplättchen mit äusserst dünner Kittschicht an die Endflächen. Um Fehler wegen nicht genauer Parallelität derselben zu vermeiden, wird die Messung nach Drehen des Rohres um 180^0 um seine Axe wiederholt. Man misst so die gerade Verbindungslinie zwischen den Mitten der Endquerschnitte; bei einer Krümmung der Axe hat man die gemessene Länge zu multiplizieren mit $1 + 8\zeta^2 / 3l^2$, wo ζ der Abstand der Mitte von der die Enden verbindenden Sehne. Ist l_ϑ die bei der Temperatur ϑ gemessene Länge, so ist dieselbe bei der Temperatur ϑ_1

$$l_{\vartheta_1} = l_\vartheta\,(1 + a\,(\vartheta_1 - \vartheta)),$$

wo a der Ausdehnungskoëffizient des betr. Materials (Tab. 19).

Die Bestimmung des mittleren Querschnittes geschieht durch Wägung aus Volumen und Länge. Ist m die Masse, γ das spec. Gewicht (Tab. 8), l die Länge des Leiters, so ist

$$f = \frac{m}{\gamma \,.\, l}$$

wo f, γ und l auf gleiche Temperatur ϑ zu beziehen sind; bei einer anderen Temperatur ϑ_1 hat man zu setzen:

$$f_{\vartheta_1} = f_\vartheta\,(1 + 2a\,(\vartheta_1 - \vartheta)).$$

m ist auf den luftleeren Raum zu reduzieren.

Kaliberkorrektion. In der Regel sind die benutzten Leiter nicht genau cylindrisch, sondern haben einen etwas wechselnden Querschnitt (ungleiches Kaliber). Man bestimmt dasselbe 1. bei festen Leitern durch Messung des Widerstandes gleichlanger Stücke oder der Längen von Stücken

gleichen Widerstandes längs der ganzen Ausdehnung des Leiters (vergl. **128—133**); 2. bei Röhren für flüssige Leiter (Quecksilber, Elektrolyte) durch Messung der Längen gleicher Volumina und zwar bei weiten Röhren durch aufeinanderfolgendes Einfüllen immer gleicher Volumina Quecksilber oder Wasser in die vertikal stehende Röhre und Messung der Höhenunterschiede der Flüssigkeitssäule (Ablesung am Meniskus unter Vermeidung von Parallaxe) oder, bei engen Röhren, durch Verschieben eines Quecksilberfadens in der horizontal liegenden Röhre und Bestimmung seiner Länge an den verschiedenen Stellen. Zu diesem Zweck wird die Röhre in eine Anzahl gleicher Teile geteilt (um so mehr je schlechter das Kaliber; bei Röhren von gutem Kaliber und etwa 1 *m* Länge sind etwa 20 genügend) und der Quecksilberfaden (von 4—6 *cm* Länge) mit seiner Mitte der Reihe nach auf die einzelnen Teilstriche gebracht; die äussersten Enden werden nach geschehener Kalibrierung am ersten und letzten Teilstrich weggeschnitten, da man für sie die Kalibrierung extrapolieren müsste. Bezeichnen $\lambda_1\, \lambda_2 \ldots \lambda_n$ die Längen des Fadens an den einzelnen Teilstrichen, $\lambda = \Sigma\lambda_n / n$ die mittlere Länge desselben, so ist bei mässig gutem Kaliber unter der Voraussetzung, dass die einzelnen Stücke als kegelförmig betrachtet werden können, der Ausdruck für w zu multiplizieren mit:

$$\frac{1}{n^2}\,\Sigma\lambda_n\,.\,\Sigma\frac{1}{\lambda_n}+\frac{1}{12l\lambda}\,\Sigma\,(\lambda_{n-1}-\lambda_n)^2$$

Maxwell (c), oder bequemer mit:

$$1+\frac{1}{n\lambda^2}\Big[\Sigma(\lambda_n-\lambda)^2-\frac{1}{\lambda}\Sigma(\lambda_n-\lambda)^3+\frac{1}{\lambda^2}\Sigma(\lambda_n-\lambda)^4-+\ldots\Big]$$
$$+\frac{1}{12l\lambda}\Sigma(\lambda_{n-1}-\lambda_n)^2.$$
Strecker.

Ausbreitungswiderstand. Geschieht die Stromzuleitung zu den Enden der Leiter durch Stücke aus demselben Material aber sehr grossem Querschnitt, so sind die Endflächen nicht mehr äquipotentielle Flächen und es ist wegen des Ausbreitungswiderstandes der Ausdruck für w zu multiplizieren mit:

$$1+0{,}805\,\frac{d}{l},$$

wo d der mittlere Durchmesser der beiden Endquerschnitte. Rayleigh (a), F. Kohlrausch (u), Mascart (c), Shrader.

2. Für konische Leiter von der Länge l mit den Endquerschnitten f_1 und f_2 ist

$$w = \sigma \frac{l}{\sqrt{f \cdot f_2}}$$

bei axialer Stromrichtung, oder, wenn m die Masse, γ das spec. Gewicht

$$w = \sigma \cdot \frac{l^2 \gamma}{m} \left(1 + \frac{1}{12} \frac{(f_1 - f_2)^2}{f_1 f_2}\right).$$

3. Für einen Hohlcylinder von den Radien r_1 und r_2 bei radialer Stromrichtung

$$w = \frac{\sigma}{2\pi l} \, lgn \frac{r_2}{r_1}.$$

4. Ueber die Berechnung eines H förmigen Widerstandes mit Zuleitung an den Schenkeln, zur Herstellung kleiner Quecksilbernormalen geeignet, vergl. Dieterici.

104. Widerstand bei Wechselströmen von hoher Frequenz. Der Widerstand von Leitern gegen Wechselströme von hoher Frequenz ist ein anderer als gegen konstante Ströme, da bei jenen die Stromdichte im Querschnitt nicht mehr konstant ist. Ist

w der Widerstand des Leiters für konstante Ströme in c. g. s. E.,
$\omega = w / l$ der Widerstand der Längeneinheit in c. g. s. E.,
n die Frequenz in sec^{-1} (25.),
$q^2 = 8\pi n / \omega$,

so ist der Widerstand für Wechselströme von der Frequenz n:

$$w_n = w \left(1 + \frac{q^4}{48} - \frac{q^8}{2880} + \ldots\right).$$ Rayleigh (k, l).

Für magnetische Leiter enthält q^2 noch die Permeabilität (9.) als Faktor. Eine ausführlichere Formel giebt W. Thomson (i). Tabelle 12 enthält die genauen Werte des Quotienten w_n / w für verschiedene Werte von q. Für Kupfer (spec.

Widerstand $\sigma = 1610$ c. g. s. E.) und $n = 80$ ist sehr nahe $q = d$, wo d die Dicke des Leiters in *cm* ist.

Für sehr grosse n wird nahezu

$$\frac{w_n}{w} = \frac{q}{2\sqrt{2}}.$$

---

2. Allgemeine Bemerkungen über galvanische Widerstandsvergleichungen.

105. Temperatureinflüsse. Die Leitungswiderstände hängen fast ausnahmslos in mehr oder weniger hohem Grade von der Temperatur ab und eine genaue Bestimmung derselben ist bei feinen Widerstandsmessungen unerlässlich. Hierzu ist es nötig, die zu vergleichenden Widerstände in ein Flüssigkeitsbad (Petroleum) von möglichst konstanter und mit der Umgebung übereinstimmender Temperatur einzusetzen, wobei der Wärmeaustausch durch die herausführenden Elektroden zu beachten ist, und ferner, um den schwer zu ermittelnden Einfluss der Stromwärme möglichst herabzusetzen, mit kurzem Stromschluss und schwachen Strömen zu arbeiten, die sog. Nullmethoden (Differentialgalvanometer, W-Brücke, **113** ff.) sind daher die empfehlenswertesten.

Schwache Induktionsströme, wie sie z. B. ein Weber'scher Magnetinduktor (**100**.) liefert, sind wegen ihrer geringen Stromwärme oft von Vorteil, aber nur anzuwenden, wo die Anordnung so getroffen ist, dass die Selbstinduktion keinen merklichen Fehler bewirken kann (**107**.).

106. Polarisation. Bei zersetzbaren Leitern (Elektrolyten) wird durch den Messstrom eine E. M. K. der Polarisation hervorgerufen, die demselben entgegenwirkt und die Widerstandsmessung beeinflusst. Man beseitigt ihren Einfluss, indem man sie entweder möglichst konstant macht, was durch konstante grosse Stromdichte zu erreichen — Elektroden aus dünndrähtigen Netzen oder Spiralen — oder indem man sie möglichst herabdrückt — Anwendung von Wechselströmen hoher Frequenz bei grosser Kapazität der Elektroden. (Vergl. **30** u. **122**$_2$.).

107. Selbstinduktion und Kapazität der Widerstände. Bei Anwendung nicht konstanter Ströme (Stromstösse, Wechselströme) kann die Selbstinduktion und die Kapazität der Widerstände (27 ff.) die Messung erheblich beeinflussen; man erhält dann nicht den wirklichen, sondern den scheinbaren Widerstand des Leiters (27.).

Induktionsfreie Widerstände, d. h. Widerstände mit möglichst geringer Selbstinduktion, wie man sie bei Wechselstrommessungen nötig hat, erhält man auf folgende Weisen. Drahtwiderstände werden bifilar gewickelt, indem man einen Draht von der Mitte aus umlegt oder zwei Drähte mit einander wickelt und die Enden verlötet, wodurch die genaue Abgleichung erleichtert wird. Kleinere Widerstände werden in ähnlicher Weise aus dünnen Bändern mit einer feinen Isolierschicht hergestellt. Solche Widerstände haben aber erhebliche Kapazität und müssen sehr gut isoliert sein, da der Spannungsunterschied der nebeneinander liegenden Teile sehr bedeutend wird.

Besser ist es daher, unifilar zu wickeln, aber die Wickelungsrichtung mit jeder Lage umzukehren, Chaperon, oder eine rechts und eine links gewundene Spirale ineinander zu stecken und den Strom durch beide nebeneinander geschaltet zu schicken, Ayrton und Mather.

Sehr grosse Widerstände von mehreren Megohm von geringer Selbstinduktion erhält man durch Auftragen von Graphit (Bleistiftstriche) auf eine isolierende Unterlage (mattes Glas, Ebonit), wobei man zur Herstellung einer sicheren Zuleitung die Enden verkupfern oder verquicken kann. Doch sind diese Widerstände mit der Zeit erheblichen Änderungen unterworfen, namentlich nach dem Durchgang von Wechselströmen. Konstanter sind bei Vermeidung von Temperaturänderungen Jodkadmiumwiderstände nach Hittorf: ein Gewichtsteil wasserfreies Kadmiumjodid auf 10 Gewichtsteile Amylalkohol zwischen Elektroden von Kadmiumamalgam; werden längere Zeit konstante Ströme hindurchgesandt, so soll zur Ausgleichung von Konzentrationsunterschieden die Kathode unter der Anode liegen. Auch Zinkvitriollösung mit Zinkamalgam wird für mässig grosse Widerstände verwandt.

108. Genaue Abgleichung von Widerständen.

1. Interpolation. Sind die Vergleichswiderstände nicht stetig, sondern nur sprungweise veränderlich (Rheostaten), so bestimmt man Bruchteile der kleinsten Änderung durch lineare Interpolation aus dem nächstgrösseren und nächstkleineren Widerstand und den entsprechenden Ablesungen des Strommessers. Ist

w_1 der kleinere, w_2 der grössere Widerstand, zwischen denen der gesuchte w liegt, und sind

a_1 und a_2 die entsprechenden Ablesungen des zum Vergleiche benutzten Strommessers, während dem Widerstand w die Ablesung a entsprechen würde (bei Nullmethoden ist $a = o$ und a_1 und a_2 haben entgegengesetzte Vorzeichen), so ist

$$w = w_1 + (w_2 - w_1)\frac{a - a_1}{a_2 - a_1} = w_2 - (w_2 - w_1)\frac{a_2 - a}{a_2 - a_1}.$$

2. Durch Nebenschluss. Einen gegebenen Widerstand kann man um einen beliebigen Bruchteil verkleinern und dadurch zur Abgleichung mit einem etwas kleineren bringen, indem man neben ihn einen bekannten grösseren Widerstand schaltet. Ist

w der gegebene Widerstand,

w_n der Nebenschluss,

so ist der gemeinschaftliche Widerstand von beiden nebeneinander

$$\frac{w\,w_n}{w + w_n} = \frac{w}{1 + \frac{w}{w_n}}$$

und annähernd, falls w_n gross gegen w

$$w\left(1 - \frac{w}{w_n} + \frac{w^2}{w_n^2}\right).$$

109. Schuntverhältnisse. Die Nebenschlüsse dienen auch dazu, einen gegebenen Strom in bekanntem Verhältnis zu teilen. Werden zwei Widerstände w_1 und w_2 nebeneinander von dem Gesammtstrom i durchflossen, so sind die durch w_1 bezw. w_2 fliessenden Teile

$$\frac{w_2}{w_1 + w_2}\,i, \text{ bezw. } \frac{w_1}{w_1 + w_2}\,i.$$

Man benutzt diese Anordnung insbesondere, um durch einen Galvanometerzweig w_2 durch Vorlegung eines Nebenschlusses (Schunts) w_1 einen genau bekannten Teil des Gesammtstromes zu schicken; dieser Teil $w_1 / (w_1 + w_2)$ heisst das Schuntverhältnis. Ist dasselbe sehr klein oder sehr gross, sodass die durch beide Zweige fliessenden Ströme sehr verschieden sind, so kann die Stromwärme eine erhebliche und schwer kontrollierbare Änderung des Schuntverhältnisses zur Folge haben. Man vermeidet diese Fehlerquelle durch Nebeneinanderschaltung einer grossen Anzahl n gleicher Widerstände, die dann alle vom gleichen Strom durchflossen werden; durch jeden einzelnen geht $^1/_n$ des Gesamtstromes. Um diesen Strom in demselben Verhältnis auch zwischen zwei Instrumenten bezw. einem Instrument und einem Widerstand zu teilen, kann man die (**96**$_2$) angegebene Anordnung (Fig. 5) benutzen. Noch einfacher ist es, das Instrument dem einen Zweige zuzuschalten, falls sein Widerstand gegen den des Zweiges sehr klein ist.

Eine ähnliche Anordnung gestattet die Herstellung sehr kleiner, bezw. grosser Widerstandsverhältnisse ($1:10^6$), die sehr genau bestimmbar sind, weil sie sich auf Vergleichung gleicher Widerstände zurückführen lassen. F. Kohlrausch (s). Man stellt sich mehrere Sätze von je n (am besten 10) gleichen Widerständen her, von denen die grösseren den n^2fachen Widerstand der kleineren haben. Die n grösseren nebeneinander haben dann denselben Widerstand, wie die n kleineren hintereinander, und das Verhältnis der grösseren hintereinander zu den kleineren nebeneinander ist $n^4 : 1$. Zweckmässig sind solche Sätze zu je 10 Widerständen von *1, 100* und *10 000* Einheiten, mit denen man das Verhältnis $^1/_{10} : 100000$ oder $1 : 10^6$ herstellen kann. Über die Kalibrierung solcher Sätze vergleiche **134**.

Fig. 13.

Eine andere Methode, mittels mässig grosser Widerstände einen kleinen genau bestimmbaren Bruchteil eines Stromes abzuzweigen, giebt Rayleigh (e) in der Anordnung Fig. 13. Ist i die Stärke

des bei a und b ab- und zufliessenden Hauptstromes, w_1, w_2 und w_3 die Widerstände $a\,b$, $b\,c$ und $a\,c$, so ist der Spannungsunterschied in den Punkten c und b:

$$\frac{w_1\, w_2}{w_1 + w_2 + w_3}\, i,$$

was z. B. für $w_1 = w_2 = 1$, $w_3 = 98$ Ohm
oder für $w_1 = 1$, $w_2 = 9$, $w_3 = 890$ Ohm
$^1/_{100}\, i$ ergiebt,

also dem Spannungsunterschied an den Enden des Widerstandes $^1/_{100}$ Ohm im Hauptkreise gleichkäme.

---

3. Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung.

110. Strom- und Spannungsmessungen. Gleichzeitige Messung des Stromes in einem Leiter und des Spannungsunterschiedes seiner Enden ergiebt den Widerstand nach dem Ohm'schen Gesetz (**11.**). Beide in c. g. s. E. ergeben auch den Widerstand in solchen; Ampère und Volt ergeben den Widerstand in Ohm.

1. Wird eine bekannte E. M. K. (Normalelement) durch den zu messenden Widerstand und ein geaichtes Galvanometer (**96.**) geschlossen und ist

e die E. M. K. der Stromquelle,
i die mit dem Galvanometer gemessene Stromstärke,
w der Widerstand von Säule, Galvanometer und Verbindungsdrähten zusammen,

so ist der zu messende Widerstand

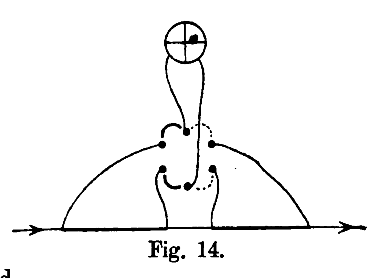
$$w_x = \frac{e}{i} - w.$$

Die Methode empfiehlt sich nur zur annähernden Bestimmung sehr grosser Widerstände, wenn w gegen w_x zu vernachlässigen.

2. Statt eine bekannte E. M. K. anzuwenden, kann man den Spannungsunterschied an den Enden von w_x mit einem geaichten Elektrometer messen (**144.**, **148.**); ist e_x derselbe, so ist

$$w_x = \frac{e_x}{i}.$$

3. Mit einem nicht geaichten, nur graduierten Elektrometer lassen sich zwei Widerstände vergleichen, die nacheinander von dem gleichen Strom durchflossen werden, durch Vergleichung der Spannungen an ihren Enden. Das Elektrometer wird mittels eines Kommutators schnell abwechselnd an die beiden Widerstände angelegt, Fig. 14, und die Ausschläge abgelesen. Sind


Fig. 14.

w_x und w die zu vergleichenden Widerstände,
δ_x und δ die auf Proportionalität mit der Spannung reduzierten Ablesungen des graduierten Elektrometers,

so ist, Konstanz des Stromes in w_x und w vorausgesetzt:

$$w_x = \frac{\delta_x}{\delta}\, w.$$

Schnelles Abwechseln der Beobachtungen macht geringe Schwankungen der Stromstärke unschädlich.

Man kann bei den letzten beiden Methoden auch periodische Ströme benutzen, vorausgesetzt, dass die Widerstände keine merkliche Selbstinduktion besitzen.

Ferner sind diese Methoden auch auf polarisierbare Leiter (Elektrolyte) anwendbar, Branly, Lippmann (b), Bouty und Foussereau (a), Reinold, Sheldon, wenn man für Konstanz der Polarisation an den stromzuführenden Elektroden sorgt (**106.**). Die Ableitung zum Elektrometer wird an zwei sekundären Elektroden bewerkstelligt, die möglichst grosse Oberfläche haben (platinierte Platinbleche). Eine etwaige durch Isolierungsfehler bedingte dauernde Polarisation derselben kann man durch einen schwachen durchgeleiteten Strom auf einen sehr kleinen Betrag bringen; der von ihr herrührende Ausschlag des Elektrometers nach Unterbrechung des Hauptstromes ist als Korrektion in Abzug zu bringen.

4. Den Widerstand einer galvanischen Säule bestimmt man, indem die Spannung an ihren Polen gemessen wird, während sie durch zwei verschiedene Widerstände w_1 und w_2 geschlossen ist. Sind δ_1 und δ_2 die entsprechenden Elektrometerausschläge, auf Proportionalität mit der Spannung reduziert, so ist der Widerstand der Säule

$$w = \frac{(\delta_2 - \delta_1)\, w_1\, w_2}{\delta_1\, w_2 - \delta_2\, w_1}.$$

Für $w_2 = \infty$, d. h. bei geöffneter Kette, ist

$$w = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_1}\, w_1.$$

Hauptfehlerquelle dieser Methode ist die Aenderung des Widerstandes und der E. M. K. der Säule mit der Stromstärke. Der Schluss des Stromkreises soll daher immer nur möglichst kurz dauern.

111. Stromvergleichung mit einfachem Stromkreis. Bei diesen Methoden wird die Anwendung einer konstanten E. M. K. vorausgesetzt.

1. Eine konstante Säule wird durch ein Galvanometer und mittels eines Stromwenders abwechselnd je einen der zu vergleichenden Widerstände geschlossen (Fig. 15); ist der eine veränderlich (Rheostat), so wird auf gleichen Ausschlag des Galvanometers in beiden Fällen abgeglichen, es sind dann auch die Widerstände gleich; über Anwendung von Interpolation vergl. (108_1). Schnelles und wiederholtes Abwechseln der Beobachtungen hilft auch hier gegen kleine Stromschwankungen.

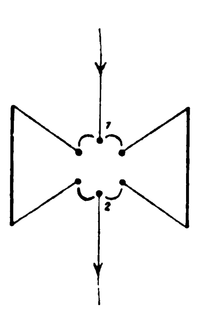


Fig. 15.

2. Ist der Vergleichswiderstand w nicht veränderlich, so bedarf man eines graduierten Galvanometers; man bestimmt die Ausschläge bei Einschaltung von w und w_x und ohne beide; dieselben seien auf Proportionalität mit der Stromstärke reduziert: a, a_x und a_0, so ist

$$w_x = \frac{a_0 - a_x}{a_0 - a}\, \frac{a}{a_x}\, w.$$

Die Methode giebt nur dann brauchbare Werthe, wenn a

und a_x erheblich von a_0 verschieden sind, die Widerstände w und w_x also annähernd von derselben Grössenordnung sind, wie der Widerstand des übrigen Stromkreises w_0; der letztere ist

$$w_0 = \frac{a}{a_0 - a} w.$$

Ist a_0 gross gegen a und a_x, so ist annähernd

$$w_x = \frac{a}{a_x} w.$$

Der Weber'sche Doppelmagnetinduktor in Verbindung mit einem ballistischen Galvanometer (**100.**) ist hier an Stelle eines graduierten Galvanometers gut verwendbar.

112. Stromvergleichung mit verzweigtem Stromkreis.

1. Methode (**111**$_1$) lässt sich so abändern, dass man die zu vergleichenden Widerstände im Nebenschluss (als Schunt) zum Galvanometer anbringt, indem man das Galvanometer mit den Näpfen *1* und *2* des Stromwenders Fig. 15 verbindet; es empfiehlt sich das namentlich bei kleinen Widerständen und empfindlichem Galvanometer von grossem Widerstand; dasselbe wird hierbei gewissermassen als elektrodynamischer Spannungsmesser (**139.**) verwandt. Es werden die Widerstände auch hier auf gleiche Ausschläge abgeglichen.

2. Die Methoden (**110**$_{2,3}$) lassen sich auch mit dynamischen Spannungsmessern, Galvanometern von grossem Widerstand ausführen, doch ist der letztere dabei zu berücksichtigen. Man erhält nach (**110**$_2$), wenn

w_g der Widerstand des Spannungsmessers:

$$w_x = \frac{e_x}{i - \frac{e_x}{w_g}},$$

nach (**110**$_3$):

$$w_x = w \frac{a_x}{a}\left(1 + \frac{w}{w_g} \frac{a_x - a}{a}\right),$$

wenn a_x und a die auf Proportionalität mit der Spannung (oder Stromstärke) reduzierten Galvanometerausschläge sind, und die Stromstärke im Hauptkreise bei der Messung von a und

a_x die gleiche ist, was durch ein Galvanoskop und kleine Widerstandsänderung zu erreichen ist.

Wendet man dagegen eine konstante E. M. K. an und bezeichnet mit w_e den Widerstand des unverzweigten Stromkreises (der Stromquelle sammt Verbindungsdrähten und einem etwaigen Ballastwiderstand), so ist

$$w_x = w \frac{a_x}{a} \left(1 + \frac{w_e}{w_g} \frac{w_x - w}{w_x + w}\right).$$

In das kleine Korrektionsglied darf man natürlich angenäherte Werte von w_e und w_x einsetzen.

3. Man kann auch die zu vergleichenden Widerstände nacheinander in eine Abzweigung einschalten, in der die Stromstärke mit Hülfe eines Galvanoskops durch Änderung derjenigen im Hauptzweige, konstant gehalten wird.

Bosscha (c).

Sind

a, a_x und a_0 die reduzierten Ausschläge eines graduierten Galvanometers im Hauptstromkreis, wenn im Nebenstrom bei Einschaltung der Widerstände w, w_x und bei Ausschaltung beider die Stromstärke konstant gehalten wird, so ist

$$w_x = w \frac{a_x - a_0}{a - a_0}.$$

Hier müssen, um genaue Werte zu haben, w und w_x nahe von derselben Grösse, wie der übrige Widerstand in der Zweigleitung sein.

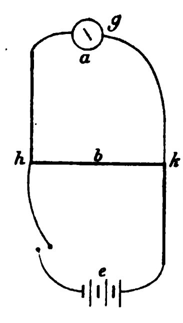


Fig. 16.

4. In der Anordnung Fig. 16, bei der das Galvanometer g in eine Abzweigung vom Hauptstromkreis gelegt ist, seien w_a, w_b, w_c die Widerstände der drei Zweige zwischen den Verzweigungspunkten h und k, von denen a das graduierte Galvanometer, c die Stromquelle enthält.

Sind a und a' die reduzierten Ausschläge des Galvanometers für zwei Wertsysteme der Widerstände der drei Zweige:

w_a, w_b, w_c bezw. w'_a, w'_b, w'_c, so besteht unter Voraussetzung einer konstanten Stromquelle die Beziehung:

$$a\, w'_b\, (w_b\, w_c + w_c\, w_a + w_a\, w_b) = a'\, w_b\, (w'_b\, w'_c + w'_c\, w'_a + w'_a\, w'_b).$$

Die obige Anordnung ist leicht mit Hülfe eines einzigen Rheostaten, der Zwischenstöpsel mit Klemmschrauben besitzt herzustellen. Aus derselben ergeben sich folgende Methoden der Widerstandsvergleichung:

4a. Der Widerstand des Galvanometerzweiges bleibt ungeändert; die Widerstände der Zweige b und c werden so abgeändert, dass die Stromstärke in g die gleiche bleibt; es genügt also ein beliebiges Galvanoskop.

$$w_a = w'_a \qquad a = a'.$$

Es ist dann

1. $$w'_c = w_c \frac{w'_b}{w_b} \frac{w_a + w_b}{w_a + w'_b},$$

oder für $w'_b = \infty$ (d. h. bei geöffnetem Nebenschluss)

$$w'_c = w_c \frac{w_a + w_b}{w_b}.$$

Es sei w_e der Widerstand der Stromquelle im Zweige c einschliesslich der Verbindungsdrähte und

$$w_c = w + w_e,$$
$$w'_c = w_x + w_e,$$

so ist

$$w_x = w \frac{w_a + w_b}{w_b} \left(1 + \frac{w_e}{w} \frac{w_a}{w_a + w_b}\right).$$

Die Methode eignet sich zum Vergleich von **sehr grossen Widerständen**, gegen die der Widerstand der Säule zu vernachlässigen ist. Besteht w_a aus dem kleinen Widerstand eines empfindlichen (astasierten) Galvanometers, wenn nötig mit vorgelegtem Schunt und einem grösseren bekannten Zusatzwiderstand, so braucht der erstere nicht genau bekannt zu sein.

Weiter ist

2. $$w_a = (w'_c - w_c) \frac{w_b\, w'_b}{w_c\, w'_b - w_b\, w'_c}$$

oder für $w'_b = \infty$

$$w_a = \frac{w_b}{w_c}\,(w'_c - w_c).$$

Man erhält den Galvanometerwiderstand, indem man von w_a den etwaigen Zusatzwiderstand im Zweige a abzieht. Enthält c einen grossen Zusatzwiderstand, so braucht der der Säule nur angenähert bekannt zu sein. w_b wird zweckmässig kleiner als w_a genommen.

4b. Die Widerstände des Nebenschlusses b und des Galvanometerzweiges a werden so geändert, dass die Stromstärke in letzterem dieselbe bleibt; derjenige des Stromzweiges c bleibt ungeändert.

$$w'_c = w_c \qquad a = a'.$$

Man erhält

1. $$w_a = \frac{w'_a - w_a}{w'_b - w_b}\,\frac{w_b}{w_c}\,(w_c + w'_b),$$

also für $w'_b = \infty$ die vorige Methode. Dagegen ist für w'_b klein gegen w_c annähernd

$$w_a = \frac{w'_a - w_a}{w'_b - w_b}\,w_b.$$

Man ist also bei Anwendung starker Stromquellen mit grossem Zusatzwiderstand vom Widerstand der ersteren nahe unabhängig. Diese Methode dient ebenfalls zur Bestimmung des Galvanometerwiderstandes.

Sodann ist

2. $$w_c = (w'_a - w_a)\,\frac{w_b\,w'_b}{w_a\,w'_b - w'_a\,w_b},$$

also für $w'_b = \infty$

$$w_c = \frac{w_b}{w_a}\,(w'_a - w_a). \qquad \text{W. Thomson (g).}$$

Man erhält auf diese Weise den Batteriewiderstand. Auch hier ist w_b kleiner als w_a zu wählen.

4c. Der Nebenschluss b und der Gesamtwiderstand von a und c bleiben ungeändert; durch Verlegen des Nebenschlusses, d. h. Vermehrung von w_a um den gleichen Widerstand w, um den w_c vermindert wird, und umgekehrt wird dieselbe Stromstärke in g hergestellt.

$$w'_b = w_b,\quad w'_a + w'_c = w_a + w_c,\quad a' = a.$$

Es ergiebt sich

1. $$w_c = w_a - w = w'_a,$$

wonach der Batteriewiderstand bei kleinem Galvanometerwiderstand zu bestimmen. W. v. Siemens (d).

2. $$w_a = w_c - w = w'_c,$$

wonach man den Galvanometerwiderstand bei kleinem Batteriewiderstand erhält.

Die Empfindlichkeit ist am grössten, wenn w_b, w_c, w und w'_a ziemlich von derselben Grössenordnung; etwaige Zusatzwiderstände in w_a und w_c sind in Abzug zu bringen.

4d. In den Galvanometerzweig wird soviel Widerstand eingeschaltet, dass die Stromstärke in ihm auf etwa die Hälfte sinkt; die anderen Zweige bleiben ungeändert.

$$w'_b = w_b,\quad w'_c = w_c.$$

Es ist

$$w_a = (w'_a - w_a)\frac{a'}{a - a'} - \frac{w_b\, w_c}{w_b + w_c}$$

oder wenn der Nebenschluss klein ist gegen den Widerstand des Batteriezweiges annähernd

$$w_a = (w'_a - w_a)\frac{a'}{a - a'} - w_b.$$

Man bestimmt den Galvanometerwiderstand unter Anwendung starker Säulen mit grossem Zusatzwiderstand.

4e. Der Widerstand des Nebenschlusses wird bedeutend vergrössert, die anderen Zweige bleiben ungeändert.

$$w'_a = w_a,\qquad w'_c = w_c.$$

Es ist

$$w_a = \frac{a' - a}{a\left(\frac{1}{w_b} + \frac{1}{w_c}\right) - a'\left(\frac{1}{w'_b} + \frac{1}{w_c}\right)},$$

also für grosses w_c annähernd

$$w_a = \frac{a' - a}{\frac{a}{w_b} - \frac{a'}{w'_b}},$$

und für $w'_b = \infty$

$$w_a = \frac{a' - a}{a} w_b.$$

Eine sehr einfache Methode zur Bestimmung des Galvanometerwiderstandes. w_b ist zweckmässig nahe gleich w_a zu nehmen.

4f. Der Widerstand des Batteriezweiges c wird allein geändert.

$$w'_a = w_a \qquad w'_b = w_b.$$

Man erhält den Batteriewiderstand

$$w_c = (w'_c - w_c) \frac{a'}{a - a'} - \frac{w_a w_b}{w_a + w_b},$$

oder falls w_b klein gegen w_a

$$w_c = (w'_c - w_c) \frac{a'}{a - a'} - w_b.$$

Die vorstehenden Methoden lassen alle nur eine beschränkte Genauigkeit zu, da die als konstant vorausgesetzte E. M. K. der Säule mit der Stromstärke sich ändert.

---

4. Widerstandsvergleichung; Nullmethoden.

113. Allgemeines über Nullmethoden. Den vorhergehenden Methoden sind die nun folgenden aus schon erwähnten Gründen an Genauigkeit weit überlegen, und es ist denselben fast nur durch Unsicherheit der Temperaturbestimmung eine Grenze gesetzt. Auf ein Hunderttausendstel genau lässt sich die Vergleichung von Widerständen mit kleinen Temperaturkoëffizienten sowohl mit dem Differentialgalvanometer, wie mit der Wheatstone'schen Brücke ausführen.

Bei den Nullmethoden arbeitet man nur mit kurzem Stromschluss, der nicht länger währt, als nötig ist, um den Sinn der dauernden Ablenkung zu erhalten. Beobachtet man nur den Impulsivausschlag bei Stromschluss, so kann die Selbstinduktion des Schliessungskreises erhebliche Fehler bewirken. Man vermeidet dieselben, wenn man durch geeignete Stromschlüssel die Galvanometerzweige einen Augenblick später schliesst als den Strom.

Störend können auch Thermoströme wirken; es empfiehlt sich immer unter Stromwenden zu beobachten und Galvano-

meter von nicht zu kleinem Widerstande anzuwenden. Von einer Inkonstanz der Stromquelle ist man völlig unabhängig. Es werden jetzt meist Trockenelemente bei diesen Messungen verwandt.

114. Das Differentialgalvanometer besteht aus zwei gleichen Multiplikatorrollen oder aus zwei miteinander aufgewickelten getrennten Drähten und muss folgende Bedingungen erfüllen:

1. Die Wirkung des gleichen Stromes auf die Magnetnadel muss in beiden Hälften genau gleich sein;

2. der Widerstand beider Hälften muss gleich sein.

Namentlich die erste Bedingung ist wesentlich. Bei Galvanometern mit verschiebbaren Rollen (wie die nach G. Wiedemann) kann man ihr mit beliebiger Genauigkeit genügen; bei zwei miteinander gewickelten Drähten von vielen Windungen wenigstens sehr nahe durch Zufügen von Windungen zum einen oder andern Draht. Die zweite Bedingung kann durch Zuschalten von Widerstand (zweckmässig aus dem gleichen Draht wie die Multiplikatoren herzustellen) zum einen Zweig immer genau erfüllt werden.

Die Prüfung des Differentialgalvanometers erstens auf gleiche Stromwirkung geschieht durch Hinter- und Gegeneinanderschaltung der beiden Hälften in einen Stromkreis, sodass der gleiche Strom in beiden in entgegengesetztem Sinne auf die Magnetnadel wirkt, die dadurch keine Ablenkung erfahren darf; zweitens auf gleichen Widerstand, durch Neben- und Gegeneinanderschaltung der beiden Hälften in den Stromkreis, wobei unter Voraussetzung, dass die erste Justierung erreicht ist, gleichfalls die Wirkung auf die Nadel verschwinden muss.

Ist die erste Bedingung nicht genau erfüllbar, so hilft man sich mit Stromwenden und Abgleichung auf gleiche beiderseitige Ausschläge.

Man benutzt das Differentialgalvanometer in zwei verschiedenen Anordnungen

1. im Hauptschluss,

2. im Nebenschluss,

von denen die erste sich für grössere, die zweite für kleinere Widerstände empfiehlt.

· **115.** Differentialgalvanometer im Hauptschluss, E. Becquerel, W. Weber (f). Die zu vergleichenden Widerstände w_x und w werden den beiden neben- und gegeneinander in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometerzweigen zugefügt. Der Vergleichswiderstand muss veränderlich sein und wird auf den Ausschlag Null der Magnetnadel abgeglichen unter Anwendung von Interpolation oder Nebenschluss (**108.**), sowie eines Stromwenders, u, der etwaige Unsymmetrie des Galvanometers ausgleicht, Fig. 17. Der zu bestimmende Widerstand ist gleich dem arithmetischen Mittel aus den mit den beiden Stellungen des Stromwenders erhaltenen Werten des Vergleichswiderstandes.

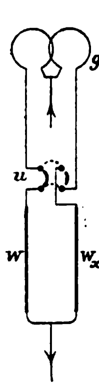


Fig. 17.

116. Differentialgalvanometer im Nebenschluss. Im Gegensatz zu der vorigen Anordnung gestattet diese auch die Vergleichung ungleicher Widerstände.

1. Gleiche Widerstände. Die Anordnung wird nach Fig. 18, Heaviside, Tait, oder Fig. 19, F. Kohlrausch (k) mit sogenanntem übergreifendem Nebenschluss getroffen.

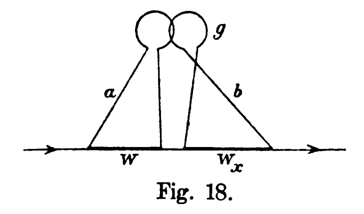


Fig. 18.

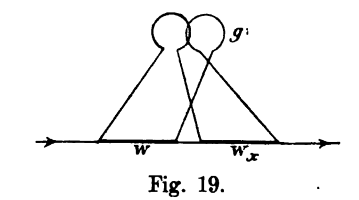


Fig. 19.

Die Abgleichung geschieht wie im vorigen Abschnitt. Die Übergangswiderstände an den Verbindungsstellen der Galvanometerdrähte sind von geringem Einfluss, wenn die Multiplikatorwiderstände gross sind gegen die zu vergleichenden Widerstände, und daher ist die Methode besonders geeignet zur Vergleichung kleiner Widerstände, bei denen jene Übergangswiderstände einen erheblichen Betrag erreichen können.

Kohlrausch's Anordnung mit übergreifendem Nebenschluss hat den besonderen Vorteil, die Übergangswider-

stände vollständig auszumerzen, wenn man noch einen Umschalter u, Fig. 20, anwendet, der die inneren Verbindungen mit den äusseren zu vertauschen gestattet. Sind w_1 und w_2 die beiden Werte des Vergleichswiderstandes w, die der Nulleinstellung beim Umlegen des Umschalters entsprechen, γ_1 und γ_2 die Widerstände der Verbindungsstücke zwischen b und c bezw. a und d, die möglichst gleich zu machen sind, so ist

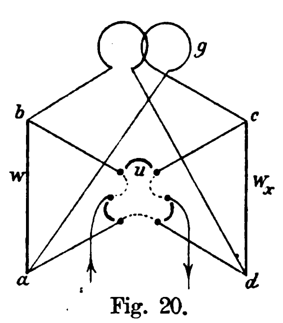


Fig. 20.

$$w_x = \frac{w_1 + w_2}{2}\left[1 - \frac{(w_1 - w_2)(\gamma_1 - \gamma_2) + {}^1/_2\,(w_1 - w_2)^2}{(w_1 + w_2)^2 + (w_1 + w_2)(\gamma_1 + \gamma_2)}\right].$$

Da nun $w_1 - w_2$ und $\gamma_1 - \gamma_2$ schon kleine Grössen sind, so kann man das Korrektionsglied, das nur die Glieder zweiter Ordnung enthält, praktisch immer vernachlässigen. Kleine Ungleichheiten in der Anordnung, besonders des Differentialgalvanometers, fallen fast vollständig heraus, und Thermoströme sind nur von minimalem Einfluss. Bei einem Multiplikatorwiderstand von *500* bis *1000* Ohm giebt die Methode für Widerstände von *0,01* bis einige Ohm sehr genaue Werte, auch bei den kleinsten noch auf ein Zehntausendstel.

2. Ungleiche Widerstände. In die beiden Galvanometerzweige werden, etwa bei a und b Fig. 18 noch Zusatzwiderstände w_1 und w_2 eingeschaltet und so abgeglichen, dass der Galvanometerausschlag null wird; dann ändert man w_1 in w'_1 und w_2 in w'_2, so dass dieselbe Einstellung erreicht wird; es ist dann

$$w_x = w\,\frac{w'_2 - w_2}{w'_1 - w_1}.$$

Kirchhoff (d), Dieterici (a).

Hierbei ist genaue Justierung der Galvanometerzweige auf gleiche Stromwirkung erforderlich, dagegen nicht auf gleichen Widerstand, der Einfluss der Zuleitungswiderstände ist unmerklich und daher auch diese Methode für kleine Widerstände sehr geeignet. Widerstände von $^1/_{1000}$ Ohm können

noch mit der Genauigkeit von $^1/_{1000}$ verglichen werden. Für $w_1 = 0$ erhält man die grösste Empfindlichkeit, wenn w'_1 gleich dem Widerstand des einen Multiplikatorzweiges ist, Strecker.

Störend wirkt bei Ungleichheit der beiden Zweige die Selbstinduktion, die durch folgende Abänderung von Strecker vermieden wird, Fig. 21. Zwei Enden der beiden Multiplikatoren werden untereinander und mittels eines dreinäpfigen Umschalters abwechselnd mit den inneren Enden der Widerstände w und w_x verbunden; der eingeschaltete Unterbrecher s wird erst nach Stromschluss geschlossen. Man erhält bei einer Widerstandsvermehrung $w_d = w'_1 - w_1$ des einen Zweiges zwei verschiedene Werte w_a und w_b für die Widerstandsvermehrung, $w'_2 - w_2$ im anderen Zweig entsprechend den beiden Stellungen des Umschalters, und es ist

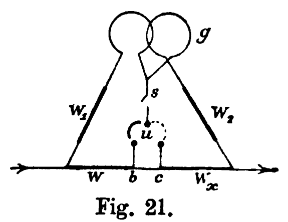


Fig. 21.

$$w_x = \frac{w}{w_d}\,\frac{w_a + w_b}{2}\left[1 + \frac{w_a - w_b}{w_a + w_b}\cdot\frac{w_a + w_b - 2w_d}{w_a + w_b + 2w_d}\right].$$

Der Verbindungswiderstand bc ist

$$\frac{2w_x\,(w_a - w_b)}{w_a + w_b + 2w_d},$$

und das Korrektionsglied in dem Ausdruck für w_x um so kleiner, je kleiner $b\,c$ ist.

Für w_d kann man einen beliebigen unbekannten Widerstand nehmen und denselben mit den bei w_2 eingeschalteten Rheostatenwiderständen vergleichen, indem man bei w und w_x zwei nahe gleiche Widerstände einsetzt, dieselben durch ein möglichst widerstandsloses Zwischenstück verbindet und die vorstehende Vergleichung vornimmt, wenn w_d einmal im einen, dann im anderen Multiplikatorzweige liegt. Sind w_a und w_b, bezw. w'_a und w'_b die entsprechenden Werte von $w'_2 - w_2$, so ist

$$w_d = {}^1/_2 \sqrt{(w_a + w_b)\,(w'_a + w'_b)},$$

wofür man bei verschwindend kleinem Verbindungswiderstand $b\,c$ setzen kann

$$w_d = \sqrt{w_a\,w'_a}.$$

Besondere Formen des Differentialgalvanometers für Vergleichung ungleicher Widerstände sind von Wilhelm Siemens und Jenkin angegeben worden. Bei der ersten werden zwei fest verbundene Multiplikatorrollen parallel sich selbst gegen die Magnetnadel verschoben, bei der anderen zwei gekreuzte Rollen um eine vertikale Axe gedreht, bis die Wirkung der in beiden Zweigen verschiedenen Ströme auf die Nadel sich aufheben. Die Widerstandsvergleichung wird also auf eine Stromvergleichung zurückgeführt. Die erste Form verlangt eine empirische Graduierung, bei der zweiten ist das Verhältnis der Stromstärken der Tangente des Drehungswinkels aus der Meridianstellung der einen Rolle proportional.

117. Der Differentialinduktor besteht aus zwei genau gleichen miteinander aufgewickelten Induktionsspulen, in denen Induktionsströme entweder durch einen Weber'schen Doppelmagnet (**100.**), oder durch eine eingeschobene oder umgewickelte primäre Spule, welche von periodischen Strömen durchflossen ist, erzeugt werden. Die Induktionsströme in beiden Windungen müssen genau gleich sein.

Man benutzt ihn ähnlich wie das Differentialgalvanometer zur Abgleichung gleicher Widerstände entweder im Hauptschluss oder im Nebenschluss, Fig. 22 und 23, wo *a b* die (ev. durch Doppelmagnet zu ersetzende) primäre Spule. Die

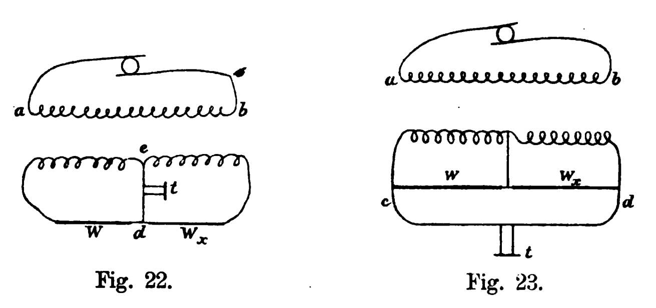


Fig. 22. Fig. 23.

beiden Induktionsspulen werden so verbunden, dass bei der ersten Schaltung die Induktionsströme gleich, bei der zweiten entgegengerichtet sind. Es wird auf Stromlosigkeit der Brücke *c d* abgeglichen, wobei in diese ein ballistisches Galvanometer (bei Anwendung des Doppelmagnets) oder ein Telephon oder

Elektrodynamometer (bei Wechselströmen) eingeschaltet wird; im letzteren Fall ist die Methode zur Bestimmung des Widerstandes von Elektrolyten geeignet.

Die zu vergleichenden Widerstände dürfen keine merkliche Selbstinduktion besitzen. Die Prüfung des Induktors geschieht nach der ersten Anordnung, unter Ausschaltung der Zusatzwiderstände; kleine Ungleichheiten werden durch Vertauschung der Widerstände ausgeglichen. Die zweite Anordnung ist namentlich für kleine Widerstände geeigneter. Vergl. Elsass (a, b).

118. Wheatstone'sche Brücke (W-Brücke). Allgemeines. Die W-Brücke besteht aus 6 Widerständen, die nach dem Schema Fig. 1 (**14.**) zusammengesetzt werden; 1 bis 4 heissen die Seiten-, 5 und 6 die Diagonalzweige; in der Regel wird in 5 ein Strommesser (Galvanometer, Dynamometer, Telephon), in 6 eine konstante oder Wechselstromquelle, sowie ein Stromschlüssel eingeschaltet, und die Seitenwiderstände werden so abgeglichen, dass bei geschlossenem Zweig 6, vorausgesetzt, dass in den anderen Zweigen keine E. M. K. wirken, Zweig 5 stromlos bleibt. Es ist dann (**14.**):

$$w_1 \cdot w_4 = w_2 \cdot w_3.$$

sodass man, wenn drei der Widerstände bekannt sind, oder auch nur einer und das Verhältnis der beiden anderen, den vierten bestimmen kann. Die Anwendung von Wechselströmen zu Widerstandsvergleichungen in der W-Brücke setzt voraus, dass die Seitenzweige keine merkliche Selbstinduktion und Kapazität besitzen (vergl. **107.**, **34.**).

Zur Theorie der W-Brücke vergl. Bertin, Glazebrook (a), Heaviside, F. Kohlrausch (c), Rayleigh (m), Schwendler, H. Weber (b), M. Wien (c).

Die beiden Widerstände w_3 und w_4 (bezw. w_2 und w_4), deren Verhältnis blos bekannt zu sein braucht, wenn w_1 der zu bestimmende und w_2 (bezw. w_3) der Vergleichswiderstand ist, kann man in vielen Fällen zweckmässig durch einen aufgespannten oder in einfacher Lage auf eine isolierende Rolle gewickelten blanken Draht mit einem Schleifkontakt (den Brückendraht) ersetzen. Die Stellung des Schleifkontaktes

auf dem Draht wird an einer Teilung abgelesen und das Verhältnis der Widerstände beider Teile durch das Verhältnis der Längen ersetzt, wobei indessen gleichmässiges Kaliber vorausgesetzt ist.

Die grösste Empfindlichkeit erhält man bei gegebenen Widerständen w_1, w_5 und w_6, wenn man

$$w_2 = \sqrt{w_1\, w_5 \frac{w_1 + w_6}{w_1 + w_5}},\quad w_3 = \sqrt{w_1\, w_6 \frac{w_1 + w_5}{w_1 + w_6}},\quad w_4 = \sqrt{w_5\, w_6}$$

macht, das ergiebt für einen gegen w_1 grossen Galvanometerwiderstand w_5, und einen gegen w_1 kleinen Batteriewiderstand w_6, annähernd

$$w_2 = w_1 \text{ und } w_3 = w_4.$$ Heaviside.

Je verschiedener die Widerstände sind, desto geringer ist die Empfindlichkeit.

Sind die Widerstände der Seitenzweige gegeben, so wählt man die der Diagonalzweige am vorteilhaftesten so, dass

$$w_5 = \frac{(w_1 + w_3)(w_2 + w_4)}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4},\quad w_6 = \frac{(w_1 + w_2)(w_3 + w_4)}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}$$

ist. Schwendler.

Im Allgemeinen ist die Empfindlichkeit grösser, wenn der Galvanometerzweig 5 zwischen die Verbindungspunkte der beiden kleinsten und der beiden grössten Widerstände der Seitenzweige gelegt wird. Freilich ist bei dieser Anordnung auch die Gefahr eines Fehlers durch Stromwärme erheblicher.

Die hauptsächlichen Fehlerquellen bei der W-Brücke sind:

1. Temperaturungleichheiten durch Stromwärme (**105.**); durch kurzen Stromschluss zu verringern. Verschiedene Temperatur der beiden Hälften des Brückendrahtes ist namentlich zu vermeiden.

2. Selbstinduktion der einzelnen Zweige (**113.**); es sind dauernde Ablenkungen zu beobachten und ein Doppelschlüssel anzuwenden, der den Strom eher schliesst, als den Galvanometerzweig.

3. Konstante E. M. K. in den Seitenzweigen (Thermoströme, Erdströme); falls sie klein sind, genügt unter Wenden des Batteriestromes zu arbeiten; sind sie grösser, so gleicht man

auf konstanten Ausschlag des Galvanometers bei geöffnetem und geschlossenem Batteriezweig ab (vergl. **14.**). Thermoströme, die durch Annäherung der Hand an den Schleifkontakt entstehen können, werden unschädlich, wenn man die Stromquelle und nicht das Galvanometer mit dem Schleifkontakt verbindet, H. Weber (b), doch darf derselbe nie als Stromschlüssel benutzt werden.

4. Kaliber des Brückendrahts; über Bestimmung und Berücksichtigung desselben vergl. (**128.**—**133.**)

5. Schlechte Kontakte, besonders am Brückendraht; es sollen für diesen nur schwer oxydirbare Metalle (Platin, Platinirridium, allenfalls Neusilber) verwendet und Staub sorgfältig entfernt werden, auch sind Stromunterbrechungen (Funken) am Kontakt durchaus zu vermeiden.

6. Parallaxe bei Ablesung der Kontaktstellung.

7. Verbindungs- und Übergangswiderstände, namentlich bei Vergleichung kleiner Widerstände in der Wheatstone'schen Brücke; die ersteren haben geringsten Einfluss, wenn man die Verbindungen aus dicken Kupferdrähten oder Streifen herstellt und diese zwischen den einzelnen Zweigen im Verhältnis der Widerstände, nach einer vorläufigen Feststellung teilt. Frei von dieser Fehlerquelle ist die Methode von Matthiessen und Hockin (**121.**).

Für blanke, bezw. gut amalgamierte Berührungsflächen ist immer Sorge zu tragen.

119. W-Brücke; Vergleichung nahe gleicher Widerstände.

1. Mit zwei nahe gleichen Hülfswiderständen. w_1 und w_3 seien die zu vergleichenden, w_2 und w_4 zwei nahe gleiche Hülfswiderstände, am besten von derselben Grössenordnung, wie w_1 und w_3; man stellt mit Hülfe eines vierpäpfigen Umschalters u die in Fig. 24 angegebenen Verbindungen her und gleicht durch einen Nebenschluss an einen der Widerstände w_2 oder

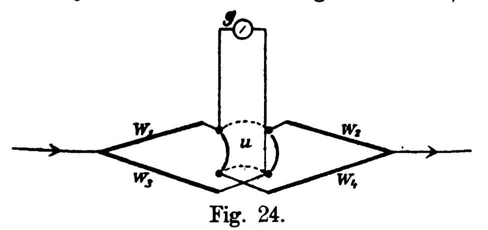


Fig. 24.

w_4 (108.) auf Stromlosigkeit des Galvanometers ab, erst bei der einen, dann bei der anderen Stellung des Umschalters, d. h. unter Vertauschung von w_2 und w_4.

Hat man im ersten Fall w_2 durch Nebenschluss um den kleinen Betrag ω_2 verkleinert, im zweiten w_4 um ω_4, sodass

$$\frac{w_1}{w_3} = \frac{w_2 - \omega_2}{w_4} = \frac{w_4 - \omega_4}{w_2},$$

so ist

$$w_1 = w_3 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_2}{w_2} + \frac{\omega_4}{w_4}\right) + \frac{\omega_2\,\omega_4}{w_2\,w_4}}$$

oder bei Vernachlässigung der Quadrate und Produkte von ω_2 und ω_4 und Gleichsetzung von w_2 und w_4 in dem Korrektionsglied:

$$w_1 = w_3 \left(1 - \frac{\omega_2 + \omega_4}{2w_2}\right).$$

Es genügt für das Korrektionsglied eine angenäherte Kenntniss von w_2, sowie auch eine angenäherte Gleichheit von w_2 und w_4.

2. Mit einem Brückendraht. Die Widerstände 2 und 4 werden durch einen Brückendraht mit Schleifkontakt ersetzt; man beobachtet wieder unter Anwendung des Umschalters (oder Vertauschung von w_1 und w_3) für beide Lagen desselben die Stellungen des Schleifkontaktes, für welche das Gleichgewicht der Brücke, Stromlosigkeit des Galvanometerzweiges, hergestellt ist; über Anwendung von Interpolation vergl. (108.); bei der vorausgesetzten annähernden Gleichheit der zu vergleichenden Widerstände w_1 und w_3 werden die beiden Stellungen nur wenig verschieden sein. Ist

l die Länge des Brückendrahtes,

λ die Länge zwischen den beiden Gleichgewichtsstellungen des Schleifkontaktes,

so ist

$$\frac{w_1}{w_3} = \frac{l \pm \lambda}{l \mp \lambda} = \frac{1 \pm \frac{\lambda}{l}}{1 \mp \frac{\lambda}{l}}$$

oder falls λ klein gegen l annähernd

$$w_1 = w_3\left(1 \pm \frac{2\lambda}{l} + \frac{2\lambda^2}{l^2}\right).$$

Die einem gegebenen Verhältnis w_1 / w_3 entsprechende Verschiebung λ des Schleifkontaktes ist also um so grösser, je grösser l ist. Zur Erzielung grösserer Genauigkeit, ohne die Brücke unhandlich zu machen, fügt man daher vielfach an jedem Ende des Brückendrahtes nahe gleiche Ballastwiderstände w_a und w_b Fig. 25 hinzu; es ist dann an Stelle der Länge l in die vorstehende Gleichung die sog. **äquivalente Länge** l' **des Brückendrahtes** sammt den Ballastwiderständen einzuführen, d. h. das Verhältnis des Gesamtwiderstandes der Zweige 2 und 4 zu dem Widerstande der Längeneinheit des Brückendrahtes.

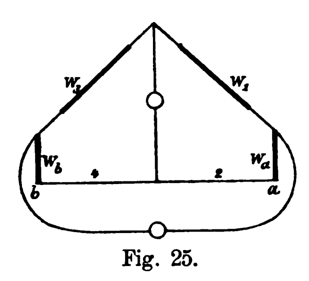


Fig. 25.

Die **äquivalente Länge** l' bestimmt man auf galvanischem Wege nach folgenden Methoden:

a) Man vergleicht mittels der Brücke drei Widerstände w_1, w_2, w_3 miteinander, die sich nahe wie $1 : 1 : \sqrt{2}$ verhalten. λ_1, λ_2, λ_3 seien die Verschiebungen des Schleifkontaktes bei den drei Vergleichungen, sodass

$$\frac{w_3}{w_1} = \frac{l' + \lambda_1}{l' - \lambda_1}, \quad \frac{w_3}{w_2} = \frac{l' + \lambda_2}{l' - \lambda_2}, \quad \frac{w_1 + w_2}{w_3} = \frac{l' + \lambda_3}{l' - \lambda_3}.$$

Dann ist l' die reelle Wurzel der Gleichung 3. Grades:

$$l'^3 - (\lambda_1 + \lambda_2 + 3\lambda_3)\, l'^2 - 3\,(\lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1)\, l' + 1 = 0.$$

Dehms.

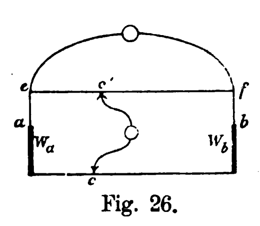


Fig. 26.

b) Man ersetzt w_1 und w_3 durch einen Hülfsbrückendraht ef, Fig. 26, mit Schleifkontakt c'. Man verschiebt den Kontakt c auf dem Hauptdrahte von verschiedenen um je ein dm von einander entfernten Stellungen aus jedesmal um ein gleiches kleines Stück d, und bestimmt die entsprechende Verschiebung des Hülfskontaktes, die zur Wiederherstellung

des Gleichgewichtes nötig ist. d' sei das Mittel aus den entsprechenden Verschiebungen von c'. Ferner sei m der Unterschied der Einstellungen von c', wenn c nach a und b, also an die Enden der Zusatzwiderstände gebracht wird, dann ist

$$l' = m \frac{d}{d'},$$

m und d' sind in gleichen, übrigens willkürlichen Einheiten, l' und d in Längeneinheiten des Hauptdrahtes auszudrücken. G. C. Foster (a).

Die Werte von λ sind wegen ungleichen Kalibers des Brückendrahtes ev. noch zu korrigieren (vergl. 128.).

Die Methode ist bei nicht zu kleinen Widerständen (nicht unter *1* Ohm) einer sehr grossen Genauigkeit von einigen Hunderttausendstel fähig. Bei kleineren Widerständen werden Verbindungs- und Übergangswiderstände von erheblichem Einfluss, den man bedeutend herabsetzt durch Anwendung der Substitutionsmethode. Die zu vergleichenden Widerstände w und w_x werden nacheinander in Zweig 1 (Fig. 25) eingeschaltet; in 3 ein nahe gleicher Hülfswiderstand. Sind λ und λ_x die Werte von λ für w bezw. w_x, so ist

$$\frac{w_x}{w} = \frac{l' \pm \lambda_x}{l' \mp \lambda_x} \cdot \frac{l' \mp \lambda}{l' \pm \lambda}$$

oder falls λ und λ_x klein gegen l' annähernd:

$$w_x = w\left(1 \pm \frac{2(\lambda_x - \lambda)}{l'} + \frac{2(\lambda_x - \lambda)^2}{l'^2}\right).$$

Vergl. auch die Methoden von Foster, W. Thomson und Matthiessen und Hockin (121.).

120. W-Brücke; Vergleichung ungleicher Widerstände. Mit geringerer Genauigkeit gestattet die W-Brückenanordnung auch ungleiche Widerstände und zwar innerhalb sehr weiter Grenzen zu vergleichen, sowohl unter Anwendung von Hülfswiderständen, wie des Brückendrahtes.

Im ersten Fall schaltet man zweckmässig die zu vergleichenden Widerstände in die Zweige 1 und 4 ein, in 2 und 3 dagegen Hülfswiderstände von mittlerer, zwischen w_1 und w_4 liegender Grösse. Man kann auf diese Weise namentlich noch sehr grosse Widerstände mit Hülfe mässig grosser

Vergleichswiderstände bestimmen, z. B. hat man für $w_1 = 100$, $w_2 = w_3 = 10000$ Ohm; $w_4 = 1$ Megohm.

Den Brückendraht benutzt man für sehr ungleiche Widerstände ohne Ballastwiderstände, man hat dann einfach die zu vergleichenden Widerstände w und w_x gleich dem Verhältnis der Längen der beiden Teile des Brückendrahtes. Ist derselbe in 100 Teile (*cm*) eingeteilt, und die Einstellung des Schleifkontaktes für das Gleichgewicht in der Brücke: n von der Seite von w_x aus gezählt, so ist

$$w_x = w \frac{n}{100 - n}.$$

n ist mit Kaliberkorrektion zu versehen. Vergl. (128.).

121. W-Brücke; sehr kleine Widerstände.

1. Die Methode von Foster (a) vermeidet den störenden Einfluss der Verbindungswiderstände bei der Bestimmung sehr kleiner Widerstände in der W-Brücke.

Der zu bestimmende Widerstand w_x, der kleiner sei, als der Widerstand des Brückendrahtes $a\,b$, Fig. 25, wird an Stelle des einen Ballastwiderstandes w_a oder w_b eingeschaltet, der andere dagegen durch einen dicken Kupferbügel von äusserst kleinem Widerstand ersetzt. w_1 und w_3 seien zwei Hülfswiderstände, deren Verhältnis näher der Einheit liegen muss, als das von w_x zum Widerstand von $a\,b$. Man bestimmt den Unterschied der Einstellungen des Schleifkontaktes, wenn w_x an der einen oder anderen Seite des Brückendrahtes liegt und das Gleichgewicht in der Brücke hergestellt ist. Ist

λ dieser Einstellungsunterschied,
l die Länge des Brückendrahtes, beide in derselben Einheit ausgedrückt,
w der Widerstand des Brückendrahtes,
ω der Widerstand des Kupferbügels,

so ist

$$w_x = w \frac{\lambda}{l} + \omega.$$

Von ω genügt eine genäherte Kenntnis, wie sie durch Berechnung aus Länge, Querschnitt und Leitungsvermögen zu erhalten. λ ist wegen des Kalibers zu korrigieren (128.) Vergl. auch Ascoli (a).

Man kann w / l bestimmen, indem man an Stelle von w_x einen bekannten Normalwiderstand setzt, der etwas kleiner als w ist und die obige Einstellung vornimmt.

2. Die Methode von W. Thomson (c) stellt eine Abänderung der W-Brücke gleichfalls zur Bestimmung kleiner Widerstände dar. Die Anordnung der Thomson'schen Doppelbrücke zeigt Fig. 27. w_1 und w_2 sind die zu vergleichenden kleinen Widerstände, w_3, w_4, sowie w_a und w_b verhältnismässig grosse Hülfswiderstände; ω ist ein äusserst kleiner Verbindungswiderstand; w_3 und w_4 werden so abgeglichen, dass das Gleichgewicht der Brücke, Stromlosigkeit des Galvanometerzweiges, erreicht ist, dann ist

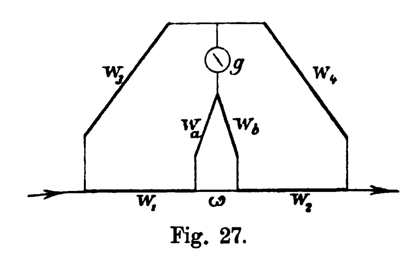


Fig. 27.

$$w_1 = w_2 \frac{w_3}{w_4} \left(1 + \left(\frac{w_b}{w_2} - \frac{w_a}{w_1}\right) \frac{\omega}{w_a + w_b}\right).$$

Für das Korrektionsglied genügen Näherungswerte von w_1, w_2 und ω. Der Einfluss von Übergangswiderständen ist um so kleiner, je grösser die Hülfswiderstände.

Völlig frei von demselben sind die beiden vorigen Methoden noch nicht; dagegen wohl

3. die Methode von Matthiessen und Hockin, die sich namentlich zur Vergleichung des Widerstandes dicker Drähte und Stäbe eignet. Auf dieselben werden nacheinander zwei fest und isoliert miteinander verbundene Schneiden in den Punkten $a\,b$ und $a'\,b'$ aufgesetzt, Fig. 28, und die Widerstände w_1 und w_2 der Stücke zwischen den Schneiden miteinander verglichen. ef ist ein kalibrierter Hülfsbrückendraht mit Schleifkontakt. Die Galvanometerbrücke wird folgeweise zwischen die Punkte a und c, b und d, a' und c', b' und d' gelegt, wobei jedesmal

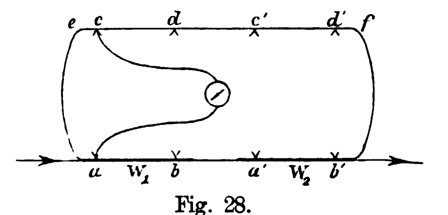


Fig. 28.

der Schleifkontakt bis zur Stromlosigkeit der Brücke verschoben wird. Es verhalten sich dann w_1 und w_2 wie die (mit Kaliberkorrektion versehenen) Längen $c\,d$ und $c'\,d'$.

122. W-Brücke; polarisierbare Widerstände (Elektrolyte). Durch die Polarisation wird bei elektrolytischen Widerständen eine E. M. K. eingeführt; die davon herrührenden Fehler (**106.**) werden durch folgende Methoden zum grössten Teil vermieden.

1. Man schaltet in zwei Zweige der W-Brücke gleiche u-förmige Röhren mit dem zu untersuchenden Elektrolyten und kleinen Elektroden, die aus kurzen, zu ebenen Spiralen gewickelten Platindrähten bestehen, und ausserdem noch Rheostatenwiderstände. In der einen Röhre bleiben die Elektroden unverändert, in der anderen werden sie in verschiedene Lagen gebracht und so viel Rheostatenwiderstand in demselben Zweig aus- oder eingeschaltet, dass das Gleichgewicht der Brücke erhalten bleibt. Der ein- oder ausgeschaltete Rheostatenwiderstand misst den Widerstand der durch Verschieben der Elektroden aus- oder eingeschalteten Flüssigkeitssäule. Das Verfahren dient zur Ermittelung der Leitungsfähigkeit, wenn die Röhre kalibriert ist. (**103.**, **135.**) Tollinger.

2. Man benutzt Widerstandsgefässe mit grossen Elektroden (etwa 20 *qcm*) und Wechselströme von hoher Frequenz, dann wird der Einfluss der Kapazität der Elektroden verschwindend klein (**30.**) F. Kohlrausch (b). In die Brücke wird statt des Galvanometers ein Strommesser für Wechselströme eingeschaltet, Elektrodynamometer, Telephon, optisches Telephon, bei dem mit der Telephonmembran ein synchron schwingender Spiegel verbunden ist, und das Bild eines Lichtspaltes in letzterem beobachtet wird, M. Wien (a, b); es reagiert nur auf Ströme von der Periode seiner Eigenschwingung stark, auf alle anderen fast unmerklich und giebt eine sicherere Einstellung als das Hörtelephon. — Bei Dynamometern wird zur Erhöhung der Empfindlichkeit nur die bewegliche Rolle in den Galvanometerzweig, die feste dagegen in den Batteriezweig eingeschaltet.

Bei nicht verschwindender Selbstinduktion oder Kapazität der Vergleichswiderstände (**107.**) giebt das Hörtelephon keine

Nulleinstellung, sondern nur ein Tonminimum, auf welches eingestellt wird.

Bei mittelgrossen Widerständen (zwischen *20* und *5000* Ohm) sind die Messungen nach dieser Methode auf einige Tausendstel genau.

Besonderes Gewicht ist wegen des grossen Temperaturkoëffizienten von Elektrolyten auf die Temperaturbestimmung zu legen; die Widerstände sollen stets in einem Flüssigkeitsbad stehen.

123. W-Brücke; Widerstand galvanischer Elemente.

1. Methode von Mance. Der Zweig 1 der W-Brücke enthalte eine E. M. K. (galvanische Säule, Erdleitung, rotierenden Anker einer Dynamomaschine); in den Batteriezweig 6, Fig. 1, werde statt der Stromquelle nur ein Widerstand und ein Unterbrecher eingeschaltet. Man gleicht die Widerstände 2 bis 4 so ab, dass die Stromstärke im Galvanometerzweig 5 bei geöffnetem und geschlossenem Unterbrecher die gleiche ist, dann ist (14.)

$$w_1 = \frac{w_2 w_3}{w_4}.$$

Empfindliche Galvanometer würden durch zu starke Ströme leicht leiden, bei unempfindlichen muss der Widerstand des Diagonalzweiges 6 zu klein sein, wodurch die Stromstärke und damit auch die E. M. K. in 1 bei geöffnetem und geschlossenem Unterbrecher erheblich geändert wird.

Man vermeidet dies entweder dadurch, dass man die Stromstärke in Zweig 5 durch eine entgegenwirkende E. M. K. daselbst zum grössten Teil aufhebt, Frölich (a), oder indem man einen Kondensator in Zweig 5 einschaltet, und auf Verschwinden der Impulsivausschläge des Galvanometers bei Öffnen und Schliessen des Unterbrechers in 6 abgleicht, O. Lodge, wobei induktionsfreie Widerstände in den Zweigen 1 bis 4 und 6 vorausgesetzt sind.

2. Man gleicht wie bei der gewöhnlichen Widerstandsmessung mit der Messbatterie im Diagonalzweige 6 auf Stromlosigkeit im Zweige 5 ab, kommutiert die Messbatterie und

wiederholt die Abgleichung durch Änderung von w_3 in w_3' Es ist dann

$$w_1 = \frac{w_2}{w_4} \cdot \frac{(w_3 + w'_3)\left\{ w_6 \left(1 + \frac{w_4}{w_2}\right) + w_4 \right\} + 2w_3 w'_3}{2\left\{ w_6 \left(1 + \frac{w_4}{w_2}\right) + w_4 \right\} + w_3 + w'_3}.$$

Kempe.

Bei den verschiedenen Abgleichungen ist die Stromstärke in dem Zweige 1 verschieden, wodurch sich die E. M. K. daselbst ändern kann.

3. Mit Wechselströmen. Man schaltet die Elemente paarweise gegeneinander in den Zweig 1 ein und bestimmt ihren Widerstand wie den von Elektrolyten mit Wechselströmen nach **122.** Dabei geben sie keinen Strom; um die E. M. K. auch mit Strom messen zu können, schliesst man sie in gerader Zahl durch einen Widerstand zu einem Stromkreis, sucht auf demselben zwei Punkte gleichen Potentials, die durch ein Galvanometer verbunden keinen Strom geben, und schaltet sie mit diesen in die W-Brücke ein. Von dem Vierfachen des gemessenen Widerstandes ist der des Schliessungsdrahtes abzuziehen, um den Widerstand der Elemente zu erhalten, v. Lang. In ähnlicher Weise kann man auch den Widerstand von Lichtbogen messen. Oder man schaltet 4 gleiche Elemente paarweise neben und gegen einander und schaltet sie in der Anordnung Fig. 29 in die W-Brücke ein; die Punkte c und d kann man durch einen beliebigen Widerstand verbinden, ohne die Widerstandsmessung in der Brücke zu beeinflussen.

Uppenborn.

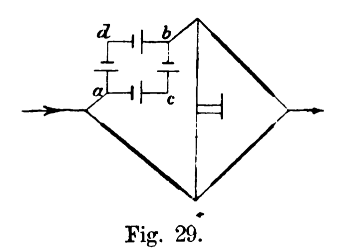


Fig. 29.

Endlich kann man die Methode von Matthiessen und Hockin (**121.**), unter Benutzung von Wechselströmen und Telephon zur Widerstandsbestimmung von Elementen, Akkumulatoren und Lichtbogen verwenden, Boccali (b).

124. W-Brücke; Widerstand eines Galvanometers. Ohne Hülfsgalvanometer bestimmt man den Widerstand eines Galvanometers durch Einschalten in den Seitenzweig 1 der

W-Brücke, während in den Diagonalzweig 5 ein Stromschlüssel kommt. Es wird auf gleichen Ausschlag des Galvanometers bei geöffnetem und geschlossenem Zweig 5 abgeglichen, dann ist

$$w_1 = \frac{w_2\, w_3}{w_4}.$$ W. Thomson.

Die Widerstände der beiden Diagonalzweige sind möglichst klein zu machen.

---

5. Widerstandsvergleichung durch Induktion.

125. Durch Dämpfung einer Magnetnadel. Die nachstehenden Methoden erreichen die vorhergehenden an Genauigkeit bei weitem nicht, bieten aber in manchen Fällen gewisse Vorteile, namentlich gestatten sie die galvanischen Leitungsfähigkeiten von Metallen in anderer als Drahtform zu vergleichen.

1. Multiplikatordämpfung. Die von einem in sich geschlossenen Multiplikator auf die schwingende Magnetnadel ausgeübte Dämpfung hängt von dem Widerstande des Schliessungskreises ab. Zur Widerstandsvergleichung wird ein Galvanometer von kleinem Widerstand und grosser Schwingungsdauer ohne Dämpfer erfordert. Man bestimmt das logarithmische Dekrement, wenn der Multiplikator durch die zu vergleichenden Widerstände, wenn er ohne dieselben in sich geschlossen ist, und endlich bei geöffnetem Multiplikator (Luftdämpfung) (**54.**). Es sei

λ_x das logarithmische Dekrement bei Einschaltung des Widerstandes w_x in den Multiplikatorkreis,
λ dasjenige bei Einschaltung von w,
λ_0 dasjenige bei in sich geschlossenem Multiplikator,
λ' dasjenige bei geöffnetem Multiplikator,

so ist

$$\frac{w_x}{w} = \frac{\lambda_0 - \lambda_x}{\lambda_0 - \lambda}\,\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda_x - \lambda'},$$

und der Multiplikatorwiderstand

$$w_g = w\,\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda_0 - \lambda}.$$

Korrektionen: Über die Reduktion der log. Dekremente auf kleine Amplituden und eine dem Sinus des Ablenkungswinkels proportionale Richtkraft vergl. **56.**

Ferner ist genauer an Stelle von λ_x, λ und λ_0 zu setzen:

$$\lambda_x \sqrt{\frac{\pi^2 + \Lambda'^2}{\pi^2 + \Lambda_x^2}},\quad \lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \Lambda'^2}{\pi^2 + \Lambda^2}},\quad \lambda_0 \sqrt{\frac{\pi^2 + \Lambda'^2}{\pi^2 + \Lambda_0^2}},$$

wo die Λ die den λ entsprechenden natürlichen logarithmischen Dekremente sind (**54.**), oder annähernd für grössere Dämpfungen $\lambda_x\,(1-0{,}269\,\lambda_x^2)$, $\lambda\,(1-0{,}269\,\lambda^2)$, $\lambda_0\,(1-0{,}269\,\lambda_0^2)$.

Endlich erfordert die Selbstinduktion eine Korrektion. Ist

p der Selbstinduktionskoëffizient des Multiplikators (**23.**, **159** ff.),

t_0 die Dauer der ungedämpften einfachen Schwingung der Magnetnadel (**50.**, **55.**),

so sind die beobachteten Werte von λ zu multiplizieren mit

$$1 - \frac{p}{w}\,\frac{\Lambda}{t_0}\,\frac{\pi^2}{\pi^2 + \Lambda^2}, \qquad \text{Dorn (b).}$$

2. Dämpfer. In derselben Weise vergleicht man zur Bestimmung der relativen Leitungsfähigkeit die Widerstände verschiedener Dämpfer von gleicher Form, aber aus verschiedenen Metallen, in welche die Magnetnadel nacheinander eingeführt wird.

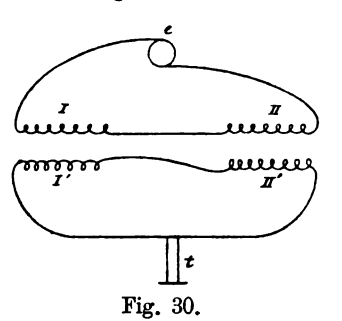


Fig. 30.

126. Widerstandsvergleichung mit der Induktionswage; Hughes Die Methode eignet sich namentlich zur Vergleichung des Widerstandes von Metallplatten. In einfachster Form besteht die Induktionswage aus zwei gleichen Rollenpaaren, von denen je zwei (*I* und *II*, *I'* und *II'*, Fig. 30) zu einem Stromkreise verbunden sind; in den ersten wird eine periodische Stromquelle *e*, in den zweiten ein Telephon, *t*, oder

Dynamometer eingeschaltet; die Verbindung von I' und II' ist derart, dass die in ihnen erzeugten induzierten Ströme einander entgegenwirken. Bei Anwendung eines Dynamometers ist es zur Erzielung grösserer Empfindlichkeit vorteilhaft nur die bewegliche Rolle in den zweiten Stromkreis einzuschalten, die festen dagegen mit der sekundären Rolle eines Induktoriums zu verbinden, dessen primäre Rolle im ersten Stromkreis (mit I und II) liegt. Oberbeck.

Bei Verwendung eines Disjunktors kann man auch ein Galvanometer im zweiten Stromkreis anbringen.

Die Vergleichung geschieht nach der Nullmethode. Die Rollenpaare werden zunächst so aufgestellt, dass die Induktionsströme in I' und II' sich gerade aufheben. Die zu vergleichenden Platten werden nacheinander zwischen I und I' eingeschoben und ihre Schirmwirkung durch die einer Anzahl aufeinandergelegter Stanniolblätter zwischen II und II' aufgehoben, sodass die Summe der Induktionsströme wieder verschwindet. Da die Schirmwirkung bei gleicher Grösse der Platten ihrer Dicke und ihrer Leitungsfähigkeit proportional ist, so verhalten sich die letzteren bei verschiedenen Platten von gleicher Grösse und Dicke, wie die Gesamtdicken der kompensierenden Stanniolblätter, die bei gleicher Dicke der Einzelblätter ihrer Zahl proportional gesetzt werden dürfen. Dieselben werden in Gruppen zu 10, 10, 20, 50, 100 u. s. f. nach Art der Widerstands- oder Gewichtssätze vereinigt und wie diese durch Vergleichung untereinander kalibriert (vergl. die Kalibrierung von Rheostaten **134.**), Oberbeck (b).

Um Platten verschiedener Grösse zu vergleichen, ist empirisch die Abhängigkeit der Schirmwirkung von der Grösse festzustellen. Bei kreisförmigen Platten vom Halbmesser r ist nach Oberbeck (b) die Schirmwirkung proportional

$$Ar^2 (1 + Br^2)$$

wo A und B gewisse Konstanten.

6. Widerstandsbestimmung durch Kondensatorentladungen.

127. Die Methode ist nur auf sehr grosse Widerstände anwendbar. Ein Kondensator wird auf eine bestimmte Spannung (durch Verbindung mit einer Säule von grosser E. M. K.) geladen und eine kleine Zeit lang durch einen grossen Widerstand entladen, die dadurch bewirkte Abnahme der Spannung wird mit dem Galvanometer (**176.**) oder Elektrometer (**144.**) gemessen. Ist

v_1 das ursprüngliche Potential des Kondensators,
v_2 dasjenige nach der Entladung in c. g. s. Einheiten oder Volt,
t die Entladungszeit in *sec*,
c die Kapazität in c. g. s. E. (e. m. M.), oder Farad (**173** ff.),

so ist der Widerstand der Schliessung

$$w_x = \frac{t}{c} \frac{1}{lgn \frac{v_1}{v_2}} \text{ c. g. s. E. oder Ohm.}$$

W. v. Siemens (c).

Korrektionen: Sinkt das Potential des ungeschlossenen Kondensators in Folge mangelhafter Isolierung in der Zeit t_1 von v_1 auf v_1', so ist anstatt v_1 zu setzen $v_1' . (t / t_1)$.

Bei erheblicher Selbstinduktion p des Schliessungskreises sind v_1 und v_1' zu multiplizieren mit

$$1 + \frac{p}{c w_x^2},$$

worin ein Näherungswert von w_x einzusetzen ist.

t kann man etwa mit dem Helmholtz'schen Pendel oder ähnlichen Vorrichtungen bestimmen (**102.**); auch kann man periodische Ladungen benutzen, Klemenčič (c). Die Bestimmung von c und t umgeht man, indem man den Potentialabfall desselben Kondensators bei gleichlanger Entladung durch einen bekannten Widerstand w bestimmt; sinkt das Potential in diesem Fall von v_1 auf v_3, so ist

$$w_x = w \frac{lgn \frac{v_1}{v_3}}{lgn \frac{v_1}{v_2}}.$$

Den Widerstand galvanischer Elemente bestimmt man nach Munro (Kempe) mit dem Kondensator und einem ballistischen Galvanometer, indem man mit letzterem den Ladungsausschlag bei Verbindung der Säule mit dem Kondensator misst, dann den teilweisen Entladungsausschlag beim Schliessen eines Nebenschlusses zur Säule. Ist

α_1 der Impulsivausschlag bei Ladung,
α_2 derselbe bei Entladung,
w der Widerstand des Nebenschlusses,

so ist der Widerstand der Säule

$$w_e = w \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}.$$

Die Methode giebt nur bei nicht schnell polarisierbaren Säule gute Werte. w muss grösser als w_e sein; vorteilhaft ist es, ein Galvanometer von nicht zu grosser Schwingungsdauer zu nehmen, um die Dauer des Nebenschlusses möglichst abzukürzen. Es wird so der Widerstand der stromlosen Säule bestimmt.

---

7. Kalibrieren von Drähten und Rheostaten,

128. Drahtkalibrierung; Allgemeines. Der Querschnitt und die Beschaffenheit von Drähten ändern sich im Allgemeinen im Verlauf ihrer Länge und daher sind sie, falls sie als Brückendrähte (118.) Verwendung finden sollen, zu kalibrieren, d. h. man hat entweder den relativen Widerstand von Stücken gleicher Länge (die äquivalenten Widerstände) oder das Reziproke dieser Grösse, die relativen Längen von Stücken gleichen Widerstandes (die äquivalenten Drahtlängen) zu bestimmen.

Die Berechnung der Korrektionen geschieht in folgender Weise:

1. Es sei

l die Länge des in n gleiche Teile geteilten Drahtes,
$a = l / n$ die Länge jedes Teiles,
$a_1\, a_2 \ldots a_n$ die äquivalenten Längen der einzelnen Teile,
$\alpha_1 = a_1 - a, \quad \alpha_2 = a_2 - a \ldots \quad \alpha_n = a_n - a,$

$$a = \frac{\Sigma a_n}{n},$$

so sind die Korrektionen an den einzelnen Teilpunkten

bei a $a - a_1$,

„ $2a$ $2a - a_1 - a_2$,

„ $3a$ $3a - a_1 - a_2 - a_3$,

. . . .

bei pa $pa - \sum_1^p a_p$

. . . .

2. Es seien

$w_1, w_2 \dots w_n$ die äquivalenten Widerstände der einzelnen Teile,

$$w = \frac{\Sigma w_n}{n}$$

der mittlere Widerstand eines Teiles,

$\omega_1 = w_1 - w$, $\omega_2 = w_2 - w_2 \dots$ $\omega_n = w_n - w$,

so sind die Korrektionen an den einzelnen Teilpunkten

bei a $\frac{\omega_1}{w}$,

„ $2a$ $\frac{\omega_1 + \omega_2}{w}$,

„ $3a$ $\frac{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3}{w}$

. . . .

bei pa $\frac{\sum_1^p \omega_p}{w}$

. . . .

Das Ergebnis der Kalibrierung wird am besten graphisch aufgetragen, die Längen als Ordinaten, die Korrektionen als Abscissen in einem geeigneten Maassstabe; für Punkte zwischen den Teilpunkten wird die Korrektion durch Interpolation bestimmt.

129. Drahtkalibrierung; Methode von Strouhal und Barus. Aus einer Anzahl nahe gleicher Widerstände, die man sich aus gleich langen Stücken eines Neusilberdrahtes leicht herstellt, und dem zu kalibrierenden Draht bildet man eine W-Brücke. Der Strom wird zwischen dem Draht und den in einer Reihe neben ihn geschalteten Widerständen w ver-

zweigt, Fig. 31. Der Galvanometerzweig wird nach einander von den Verbindungspunkten *a*, *b*, *e* ... der einzelnen Widerstände *w* aus nach den der Nullstellung entsprechenden Punkten des Brückendrahtes *a'* *b'* *c'* ... gelegt; vor dem Übergang der Brücke von *b b'* nach *c c'*, *d d'* u. s. w. wird jedesmal der Widerstand w_1 durch Vertauschung mit dem nächstfolgenden um eine Abteilung weiter geschoben. Man bestimmt auf diese Weise die äquivalenten Drahtlängen. Die Methode ist wie die von Matthiessen und Hockin, (**121.**), an welche sie sich anschliesst, unabhängig von Übergangswiderständen.

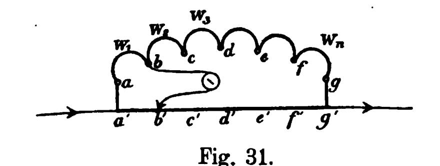


Fig. 31.

130. Drahtkalibrierung; Methode von Foster. Die Anordnung ist die von Fig. 26 (**119**$_{2b}$). *ef* ist ein nicht kalibrierter Hülfsdraht, w_a und w_b werden durch einen kleinen Widerstand, gleich einem angemessenen Bruchteil des zu kalibrierenden Drahtes, und einen kurzen, dicken Kupferbügel ersetzt. Der letztere sei zunächst bei *a*, der erstere bei *b*; man verschiebt den Schleifkontakt *c'* des Hülfsdrahtes bis nahe an das bei dem Kupferbügel liegende Ende *e*, und sucht den entsprechenden Punkt des anderen Schleifkontaktes *c*, dann vertauscht man wiederholt Kupferbügel und kleinen Widerstand, und verschiebt immer wieder abwechselnd die Schleifkontakte *c'* und *c* in die entsprechenden Lagen bis zur Stromlosigkeit des Brückenzweiges; man erhält so auf beiden Drähten äquivalente Längen und nimmt mithin deren Kalibrierung gleichzeitig vor. Auch diese Methode ist von Übergangswiderständen frei. Vergl. G. Wiedemann (a), Righi (a), Ascoli (b).

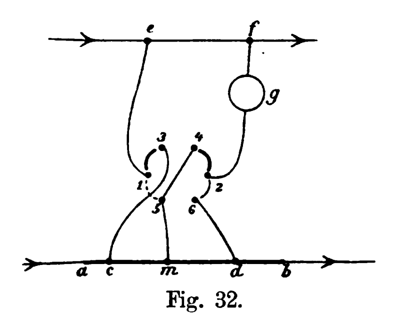


Fig. 32.

131. Drahtkalibrierung; Methode von H. v. Helmholtz (Giese). Bei dieser Methode werden die äquivalenten Längen

durch fortgesetztes Halbieren des Widerstandes eines beliebigen Drahtstückes bestimmt. Die Anordnung giebt Fig. 32. Durch den zu kalibrierenden Draht wird ein konstanter Strom geschickt und drei Punkte desselben, *c*, *m*, *d*, mit den Näpfen *3*, *4* und *6* eines *6*näpfigen Umschalters verbunden; *4* ist mit *5* dauernd verbunden; *1* und *2* stehen mit zwei geeigneten Punkten *e* und *f* eines zweiten konstanten Stromkreises durch ziemlich grosse Widerstände, deren einer ein Galvanometer *g* enthält, in Verbindung. Je nach der Lage des Umschalters ist *e* mit *c* und *f* mit *m* oder *e* mit *m* und *f* mit *d* verbunden. Sind die Widerstände der Verbindungen $ce + mf$ und $me + df$ merklich gleich, so sind, wenn der Ausschlag des Galvanometers beim Umlegen der Wippe sich nicht ändert, auch die Widerstände von em und md gleich, oder der Widerstand des Stückes ed ist halbiert; *m* wird so lange geändert, bis dies eintrifft. Langsame Stromschwankungen kommen nicht in Betracht, wenn das Umlegen schnell geschieht. Übergangswiderstände fallen nur insofern heraus, als sie klein sind gegen die Verbindungswiderstände der beiden Stromkreise. Störend können Thermoströme wirken; die Ströme in den beiden Kreisen sind daher nicht zu schwach zu nehmen.

132. Drahtkalibrierung; mit Differentialgalvanometer. Der Brückendraht mit zwei Schleifkontakten in konstantem Abstand und ein kleiner Widerstand, der gleich dem des Drahtstücks zwischen den beiden Kontakten ist, werden hintereinander in einen Stromkreis geschaltet, das Differentialgalvanometer in übergreifendem Nebenschluss zu den beiden Widerständen (**116.**), Fig. 19. Die Widerstände der verschiedenen aufeinanderfolgenden Drahtstücke zwischen den Schleifkontakten beim Verschieben derselben können den kleinen Ausschlägen des Galvanometers proportional gesetzt werden, konstante Stromstärke im Draht vorausgesetzt, was durch Rückkehr auf den Ausgangspunkt von Zeit zu Zeit zu prüfen ist. Übergangswiderstände werden durch Anwendung eines Umschalters, wie (**116.**), Fig. 20, ausgemerzt. Man ermittelt äquivalente Widerstände.

133. Drahtkalibrierung; Methode von Braun. Statt des Differentialgalvanometers kann ein gewöhnliches Galvano-

meter im einfachen Nebenschluss zu dem Drahtstück zwischen den beiden Schleifkontakten verwandt werden; der Widerstand desselben wird dem Galvanometerausschlag proportional gesetzt. Übergangswiderstände fallen hier nur insofern heraus, als sie klein sind gegen den Widerstand des Galvanometerzweiges; der Einfluss von Stromschwankungen ist hier bedeutender, als bei der vorigen Methode.

Vergleichung mit einem anderen kalibrierten Draht oder einem kalibrierten Rheostaten mittels der W-Brücke ergiebt gleichfalls eine von Übergangswiderständen freie Kalibrierung und dabei direkt das Verhältnis der Widerstände der beiden Drahthälften, wie es bei Benutzung in der W-Brücke gebraucht wird.

134. Kalibrierung von Rheostaten. Zur Kalibrierung von Rheostaten sind Klemmschrauben zur Anbringung von Zuleitungen an den Verbindungsstücken der einzelnen Widerstände erforderlich (Stöpsel mit Klemmschrauben).

Die Kalibrierung geschieht, genau wie bei Gewichtsätzen, durch Vergleichung von Gruppen nahe gleichen Widerstandes nach den (**116**$_1$. und **119**.) angeführten Methoden (Differentialgalvanometer, W-Brücke).

Die Einteilung der Gruppen richtet sich natürlich nach der Einrichtung der Rheostaten; bei solchen mit *1*, *1'*, *1''*, *2*, *5*, *10* u. s. f. Einheiten vergleicht man z. B. *1* mit *1'*, *1* mit *1''*, *2* mit *1* + *1'*, *5* mit *2* + *1* + *1'* + *1''*, *10* mit der Summe der Einer und so fort.

Zur genauen Kenntnis der Rheostaten muss ausserdem einer der Widerstände mit einem Normalwiderstand verglichen und der Temperaturkoëffizient bekannt sein. Die bei einer bestimmten Temperatur ausgeführte Kalibrierung hat für andere Temperaturen nur dann Gültigkeit, wenn der Temperaturkoëffizient aller Widerstände der gleiche ist.

Am besten giebt man die Temperatur an, bei der das verglichene Stück den genauen Nennwert hat und bezieht die Kalibrierung auf diese Normaltemperatur des Rheostaten.

Aus den oben erwähnten Vergleichungen erhält man stets die nötige Anzahl von Gleichungen zur Berechnung der Kor-

rektionen für die einzelnen Stücke, die je nach Einrichtung des Rheostaten verschieden ist und nach folgendem Schema ausgeführt wird.

Es sei *10* als richtige Normaleinheit angenommen und die Vergleichungen mögen ergeben haben:

$$5 + 2 + 1 + 1' + 1'' = 10 + \alpha,$$
$$5 = 2 + 1 + 1' + 1'' + \beta,$$
$$2 = 1 + 1' + \gamma,$$
$$1' = 1 + \delta,$$
$$1'' = 1 + \varepsilon,$$

so berechnet sich hieraus

$$1 = {}^1/_{10}\,(10 + \alpha - \beta - 2\gamma - 4\delta - 2\varepsilon),$$
$$1' = {}^1/_{10}\,(10 + \alpha + 6\delta - \beta - 2\gamma - 2\varepsilon),$$
$$1'' = {}^1/_{10}\,(10 + \alpha + 8\varepsilon - \beta - 2\gamma - 4\delta),$$
$$2 = {}^1/_5\,(10 + \alpha + 3\gamma + \delta - \beta - 2\varepsilon),$$
$$5 = {}^1/_2\,(10 + \alpha + \beta),$$

oder es sei für die Einteilung *1*, *2*, *3*, *4*, *10* u. s. f. bestimmt

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 + \alpha,$$
$$4 + 1 = 3 + 2 + \beta,$$
$$4 = 3 + 1 + \gamma,$$
$$3 = 2 + 1 + \delta,$$

so berechnet sich

$$1 = {}^1/_{10}\,(10 + \alpha + 3\beta - 4\gamma - 2\delta),$$
$$2 = {}^1/_5\,(10 + \alpha + \gamma - 2\beta - 2\delta),$$
$$3 = {}^3/_{10}\,(10 + \alpha + {}^2/_3\gamma - {}^4/_3\delta - {}^1/_3\beta),$$
$$4 = {}^4/_{10}\,(10 + \alpha + {}^1/_2\beta + \gamma + {}^1/_2\delta).$$

Bei mangelnder Vergleichung mit einer Normaleinheit nimmt man am besten die Summe aller Widerstände als richtig an.

Bei genauen Messungen ist der W i d e r s t a n d d e r V e r b i n d u n g e n nicht ausser Acht zu lassen. Bei Stöpselrheostaten beträgt der Widerstand zwischen zwei Verbindungsstücken mit eingesetztem Stöpsel, gut geputzte Kontakte vorausgesetzt, etwa $^1/_2$ bis 2 Zehntausendstel Ohm, D o r n (c). Man hat bei genauen Widerstandsvergleichungen mit dem Rheostaten darauf zu achten, dass die Zusammenstellung namentlich der kleineren

Widerstände zu einem grösseren stets in derselben Weise geschieht, wie bei der Kalibrierung.

Bei älteren Rheostaten ist ausserdem noch zu berücksichtigen, dass die benachbarten Widerstände häufig gemeinsame Zuleitungen von Kupferdraht haben, deren Widerstand nicht immer zu vernachlässigen ist. Die Folge davon ist, dass der eingeschaltete Widerstand beim Ziehen zweier benachbarter Stöpsel nicht genau gleich der Summe der Widerstände ist, die man nacheinander beim Ziehen der Einzelstöpsel einschaltet. Dorn (d).

Eine Methode, derartige Rheostaten richtig zu kalibrieren, hat Chwolson angegeben.

Die (**109.**) erwähnten, zur Herstellung sehr grosser oder kleiner Widerstandsverhältnisse dienenden Rheostaten, die aus mehreren Sätzen von je n unter sich gleichen Widerständen bestehen, während das Verhältnis der Widerstände der einzelnen Sätze $1 : n^2 : n^4 \ldots$ ist, werden in folgender Weise kalibriert.

Die Widerstände $w_1\ w_2 \ldots w_n$ eines Satzes seien sämmtlich mit w_1 verglichen, ebenso die Widerstände $W_1\ W_2 \ldots W_n$ des grösseren Satzes mit W_1 und ferner seien die W in Nebenschaltung (alle nebeneinander) verglichen mit den w in Reihenschaltung (alle hintereinander). Die Vergleichungen mögen ergeben:

$$w_2 = w_1 + \delta_2,\quad w_3 = w_1 + \delta_3 \ldots,\quad w_n = w_1 + \delta_n,$$
$$W_2 = W_1 + \Delta_2,\quad W_3 = W_1 + \Delta_3 \ldots,\quad W_n = W_1 + \Delta_n.$$
$$\frac{1}{\Sigma \frac{1}{W_n}} = \Sigma w_n + \Delta.$$

Dann sind die Widerstände der beiden Sätze in Reihen und Nebenschaltung:

$$\Sigma w_n = n w_1 \left(1 + \frac{\Sigma \delta_n}{n w_1}\right).$$
$$\frac{1}{\Sigma \frac{1}{w_n}} = \frac{w_1}{n}\left(1 + \frac{\Sigma \delta n}{n w_1}\right) = \frac{\Sigma w_n}{n^2}.$$

Dieselben Gleichungen gelten für den grösseren Satz; ferner besteht zwischen den Widerständen des grösseren Satzes

in Reihenschaltung und des kleineren in Nebenschaltung die Beziehung:

$$\Sigma W_n : \frac{1}{\Sigma \frac{1}{w_n}} = n^4 \left(1 + \frac{\Delta}{n w_1}\right)$$

und endlich ist noch

$$\Sigma W_n : w_1 = n^3 \left(1 + \frac{\Delta + \Sigma\delta_n}{n w_1}\right),$$

$$W_1 : \frac{1}{\Sigma \frac{1}{w_n}} = n^3 \left(1 + \frac{n^2 \Delta - \Sigma\Delta_n}{n W_1}\right).$$

Die obigen Vergleiche lassen sich nach (116_1.) oder (119.) sehr leicht auf die Zehntausendstel genau und so schnell ausführen, dass merkliche Temperaturschwankungen während derselben nicht zu befürchten sind.

Bei kleinen Widerständen hat man die Verbindungswiderstände zu berücksichtigen. Ist γ der mittlere Widerstand einer Verbindung und geschieht die Zu- und Ableitung zu den in Nebenschaltung befindlichen Widerständen eines Satzes in der Mitte, so ist der Widerstand w_1 / n zu vermehren um

$$\gamma\ (n - 1)\ (2n - 1) / 3n,$$

falls Zu- und Ableitung an die Enden gelegt ist, um

$$\gamma\ (n^2 - 1) / 3n.$$

Bei Reihenschaltung wird der Widerstand $n w_1$ vermehrt um $n\gamma$. Die Vergrösserung beim Übergang von Neben- in Reihenschaltung ist also

$$\gamma\, \frac{n^2 + 3n - 1}{3n}, \text{ bezw. } \gamma\, \frac{2n^2 + 1}{3n}.$$

---

8. Specifischer Widerstand und Leitungsvermögen.

135. Den specifischen Widerstand und das Leitungsvermögen bestimmt man aus dem nach vorstehenden Methoden mit einem Normalwiderstand verglichenen Widerstand eines Leiters von cylindrischer Form aus dem gegebenen Material unter gleichzeitiger Messung der Länge und des Querschnitts. Ist w der galvanisch gemessene Widerstand,
l die Länge,
f der Querschnitt,

so ist nach (**103.**):

der specifische Widerstand $\sigma = w \,.\, f / l$,
das Leitungsvermögen $\lambda = l / w \,.\, f = 1 / \sigma$.

Man erhält σ und λ in c. g. s. Einheiten, wenn w, l und f in solchen ausgedrückt ist, also w in Ohm $\times 10^9$, l in *cm*, f in *qcm*; dagegen in relativen Einheiten, bezogen auf Quecksilber von 0^0 gleich *1*, wenn w in S. E., l in *m*, f in *qmm* ausgedrückt sind. Die ersteren Zahlen für den spec. Widerstand durch *94074* ($lg = 4{,}97345$) dividiert, für das Leitungsvermögen damit multipliziert, ergeben die letzteren. (Vergl. **103.**)

Der spec. Widerstand in Mikrohm-*cm* ist der tausendste Teil des spec. Widerstandes in c. g. s. E.

Über die Bestimmung der Länge und des Querschnitts, sowie über Zuleitungs- und Kaliberkorrektionen vergl. (**103.**), sowie (**128** ff.). Zur Widerstandsvergleichung eignen sich besonders die Methoden von F. Kohlrausch, G. Kirchhoff und Matthiessen und Hockin (**116.** und **121.**) für feste Leiter. Als Länge ist dann auch bei dickeren Stäben die Entfernung zwischen den Abzweigungspunkten (aufgesetzten Spitzen oder Schneiden) zum Differentialgalvanometer bezw. Brückengalvanometer in Rechnung zu setzen; eine Zuleitungskorrektion ist nicht anzubringen, wenn diese Ableitungen in einiger Entfernung von den Enden, durch die der Strom zu- und abgeführt wird, liegen. Bei prismatischen Stäben mit quadratischem Querschnitt kann man die ganze Länge ausnutzen, wenn man die Stromzuleitung an zwei Enden einer langen Kante, die Ableitung zum Galvanometer an den Enden einer zweiten langen Kante vornimmt; in diesem Fall ist die Länge mit dem Korrektionsfaktor $(1 - 0{,}7272\, a / l)$ zu versehen, wo a die Seite des quadratischen Querschnittes ist.

Kirchhoff und Hansemann (e)

Zur Bestimmung des relativen spec. Widerstandes von Metallen eignen sich auch die Methoden (**125.** und **126.**); das nach denselben bestimmte Verhältnis der Widerstände von Stücken gleicher Form und Grösse aus verschiedenen Metallen giebt das Verhältnis ihrer spec. Widerstände, Oberbeck (b), H. F. Weber (b).

Der spec. Widerstand von Metallen wird in hohem Grade nicht nur von kleinen Verunreinigungen mit fremden Metallen, sondern auch von der Art der Bearbeitung, Dichte, Härtezustand u. s. w. bedingt. Die Zahlen der Tab. 8 haben daher nur sehr bedingten Wert.

Ferner ist der spec. Widerstand von der Temperatur abhängig. Bei kleineren Temperaturintervallen kann man die Beziehung ausdrücken durch die lineare Gleichung

$$\sigma = \sigma_0 (1 + a\vartheta),$$

wo a der Temperaturkoëffizient des Widerstandes, ϑ die Temperatur in C^0. Für grössere Temperaturintervalle setzt man:

$$\sigma = \sigma_0 (1 + a_1 \vartheta + a_2 \vartheta^2).$$

Die Beobachtungen sind daher stets auf 0^0 zu reduzieren.

Zur Bestimmung des Temperaturkoeffizienten vergleicht man am besten nach einer Nullmethode (**113** ff.) zwei gleiche Widerstände miteinander, von denen der eine von kleinem Temperaturkoëffizienten in einem Petroleumbade auf konstanter Temperatur gehalten, der andere aus dem zu untersuchenden Material in einem ebensolchen langsam erwärmt wird. Die Widerstandsänderungen werden zweckmässig durch einen Nebenschluss an den grösseren Widerstand abgeglichen und gemessen (**108.**). Man beobachtet die Widerstandsänderung bei verschiedenen Temperaturen zunächst während der Erwärmung, dann während der Abkühlung und nimmt das Mittel, da Thermometer und Widerstand den Temperaturänderungen im Allgemeinen nicht gleichschnell folgen. Die Berechnung der Temperaturkoëffizienten geschieht nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Bei Elektrolyten pflegt man nicht den specifischen Widerstand, sondern das Leitungsvermögen anzugeben, besonders deswegen, weil die starke Änderung des letzteren mit der Temperatur gleichmässiger ist, als die des ersteren.

Die Bestimmung geschieht nach den Methoden (**110.**) und (**122.**), in ausgemessenen und kalibrierten cylindrischen Röhren (**103.**), bei verschiedenem Abstand der Elektroden.

Zur Vergleichung kann man sich beliebig geformter Wider-

standsgefässe bedienen, deren **Widerstandskapazität** durch Elektrolyte von schon anderweitig gemessenem Leitungsvermögen bestimmt wird. Ist

w_λ der Widerstand einer Lösung in dem Gefäss,
λ ihr bekanntes Leitungsvermögen, so ist
$w_\lambda \cdot \lambda$ die **Widerstandskapazität** des Gefässes.

Ist w_λ' der Widerstand einer anderen Lösung in dem gleichen Gefässe, so ist das Leitungsvermögen derselben

$$\lambda' = \frac{w_\lambda \cdot \lambda}{w'_\lambda}.$$

Zur Bestimmung der Widerstandskapazität eignen sich besonders nach F. Kohlrausch (v):

1. bei Gefässen von kleiner Kapazität, für Lösungen von geringem Leitungsvermögen:

Gesättigte Lösung von Strontiumsulfat $Sr\,SO_4$,
$\lambda = 0{,}129 \times 10^{-12}\,(1 + 0{,}023\,(\vartheta - 18))$ c. g. s. E.
Gesättigte Lösung von Gyps, $Ca\,SO_4$,
$\lambda = 1{,}88 \times 10^{-12}\,(1 + 0{,}025\,(\vartheta - 18))$ c. g. s. E.
16,6 % Essigsäurelösung, $C_2\,H_4\,O_2$, spec. Gewicht *1,022*,
$\lambda = 1{,}62 \times 10^{-12}\,(1 + 0{,}017\,(\vartheta - 18))$ c. g. s. E.

2. bei Gefässen von grösserer Kapazität, für besser leitende Lösungen:

17,3 % Bittersalzlösung, $Mg\,SO_4$, spec. Gewicht *1,187*,
$\lambda = 48{,}9 \times 10^{-12}\,(1 + 0{,}022\,(\vartheta - 18))$ c. g. s. E.
Gesättigte Kochsalzlösung $Na\,Cl$ spec. Gewicht *1,201*,
$\lambda = 214 \times 10^{-12}\,(1 + 0{,}022\,(\vartheta - 18))$ c. g. s. E.
30,4 % verd. Schwefelsäure, $H_2\,SO_4$, spec. Gewicht *1,224*,
$\lambda = 736 \times 10^{-12}\,(1 + 0{,}016\,(\vartheta - 18))$ c. g. s. E.

Auf Temperaturbestimmungen ist bei den so grossen Temperaturkoëffizienten der Elektrolyte besondere Sorgfalt zu legen; sie sollen stets sich in einem Bad von möglichst konstanter Temperatur befinden. Die Stromwärme verursacht hier besondere Schwierigkeiten.

Namentlich bei schlechter leitenden wässerigen Lösungen ist auf sehr reines Wasser Gewicht zu legen; man erhält solches durch Destillation mit oft benutzten Apparaten unter Nichtbenutzung der zuerst und zuletzt überdestillirten Mengen.

Die oft reichlich absorbierte Kohlensäure treibt man durch einen hindurchgeleiteten Luftstrom hinaus. Die Aufbewahrung soll in Flaschen geschehen, deren Glas sich nicht merklich löst; grünes Glas ist meist das geeignetste.

Gutes Wasser hat ein Leitungsvermögen von etwa 10^{-10} bezogen auf Quecksilber von 0°, oder 10^{-15} c. g. s. E.; die äusserste erreichte untere Grenze für im Vakuum destillirtes Wasser ist $0{,}3 \times 10^{-10}$, F. Kohlrausch (m').

Der Gehalt der Lösungen wird vielfach nicht in Prozenten, sondern in Gramm-Molekeln angegeben, das sind die in 1 L. Wasser gelösten Substanzmengen in *gr*, geteilt durch das chemische Äquivalentgewicht der Substanz. Das molekulare Leitungsvermögen ist der Quotient aus der Leitungsfähigkeit durch den Gehalt an Gramm-Molekeln.

Bei schlechten Leitern (Isolatoren) lässt sich der spec. Widerstand nur angenähert bestimmen, einmal wegen ihres geringen Leitungsvermögens, sodann weil dasselbe nicht dem Ohm'schen Gesetze folgt und sich während des Stromdurchgangs in Folge von Polarisation, Erwärmung und dergl. fortwährend ändert. Man ist daher übereingekommen, denjenigen Widerstand, den der Isolator nach einem Stromdurchgang von *1 min.* hat anzugeben, wodurch wenigstens eine gewisse Vergleichbarkeit erzielt wird.

Es wird der Widerstand von ausgemessenen Stücken zwischen Metallelektroden nach einer der Methoden zur Vergleichung grosser Widerstände (**110.**, **111**$_{a}$., **120.**, **127.**) bestimmt, oder bei Kabelisolierungen der Widerstand zwischen der Kabelseele und einer äusseren leitenden Flüssigkeit (gewöhnliches Wasser) für eine bestimmte Länge (*1 km*) des Kabels, wobei der innere und äussere Durchmesser der Isolierung zu messen ist.

Auch sollte stets die Grösse der benutzten E. M. K. angegeben werden.

---

9. Herstellung von Quecksilbernormalen.

136. Zur Herstellung von Normalwiderständen aus Quecksilber sucht man Röhren von *0,5* bis *3 qmm* Querschnitt und geringen Kaliberfehlern aus gutem Glas von geringer elasti-

scher Nachwirkung (Jenenser Glas) aus. Dieselben werden sorgfältig kalibriert (**103.**) und auf eine geeignete Länge gebracht, sodass man nahe den gewünschten Widerstand erhält, sodann gut mit Natronlauge, verdünnter Salpetersäure, destillirtem Wasser gereinigt und getrocknet. Die Enden werden in weitere Gefässe durch seitliche Ansätze eingeführt und mittels Korken befestigt. Das Ganze wird darauf unter Vermeidung von Luftblasen mit reinem Quecksilber gefüllt; das letztere wird erhalten, indem man es in feinem Tropfstrahl durch lange Röhren mit verdünnter Salpetersäure oder Eisenchlorid- oder Kaliumbichromatlösung, dann mit Wasser fliessen lässt, mit Natronlauge oder Alkohol schüttelt, abermals wäscht, filtriert durch Papierfilter mit feinen Löchern, eine halbe Stunde lang auf 150^0 erwärmt in reinen Porzellanschalen unter Umrühren, endlich im Vakuum destilliert. Die Röhren sind bei jeder Messung frisch zu füllen. Ist

l_{ϑ_1} die Länge der Röhrenaxe zwischen den Endquerschnitten bei der Temperatur ϑ_1 gemessen in *cm* (**103.**),

m_{ϑ_2} die Masse des das Rohr bei der Temperatur ϑ_2 erfüllenden Quecksilbers in *gr*,

d der mittlere Durchmesser der Endquerschnitte der Röhre in *cm*,

$1 + \zeta$ die Kaliberkorrektion (**103.**),

und setzt man das specifische Gewicht des Quecksilbers bei ϑ^0 gleich:

$$13{,}596 \; (1 - 0{,}000181 \, \vartheta),$$

den spezifischen Widerstand in c. g. s. E. bei ϑ^0 gleich:

$$94074 \; (1 + 0{,}0_3900 \, \vartheta + 0{,}0_650 \, \vartheta^2)$$

nach Strecker und Salvioni (c), den Ausdehnungskoëffizienten des Glases gleich $0{,}0_585$, so ist der Widerstand der Röhre zwischen Elektroden, die in die weiten Quecksilbergefässe eingeführt werden bei ϑ^0:

$$w_\vartheta = 94074 \, . \, 13{,}596 \, . \, \frac{l^2_\vartheta}{m_{\vartheta_2}} \, (1 + \zeta) \left(1 + 0{,}805 \, \frac{d}{l_{\vartheta_1}}\right)$$
$$(1 - 0{,}0_585 \, (\vartheta_1 - 2\vartheta_2 + \vartheta) - 0{,}0_3181 \, \vartheta_2 + 0{,}0_3900 \, \vartheta + 0{,}0_650 \, \vartheta^2)$$

c. g. s. E.

$$\text{oder } w_\vartheta = 1{,}2790 \frac{l^2_{\vartheta_1}}{m_{\vartheta_2}} (1 + \zeta) \left(1 + 0{,}850 \frac{d}{l_{\vartheta_1}}\right)$$
$$(1 - 0{,}0_5 85 (\vartheta_1 - 2\,\vartheta_2 + \vartheta) - 0{,}0_3 181\,\vartheta_2 + 0{,}0_3 900\,\vartheta + 0{,}0_5 50\,\vartheta^2) \cdot 10^{-3}. \quad \text{Ohm.}$$

Besondere Sorgfalt erfordert die Temperaturbestimmung; am besten wird die Röhre sammt den Endgefässen in ein Wasserbad von Zimmertemperatur eingesetzt, in das an verschiedenen Stellen gut kalibrierte und mit dem Luftthermometer verglichene Thermometer eintauchen.

Benutzt man ein Bad von schmelzendem Eis, so hat man darauf zu achten, dass auch das Quecksilber der Endgefässe vollständig von demselben umgeben ist, da die Wärmezuleitung durch dieselben erhebliche Fehler bedingen kann, die die Zehntausendstel des Widerstandswertes beeinflussen. Doch hat man sich in diesem Falle auch zu vergewissern, dass die Isolierung nicht durch Niederschlag von Wasserdämpfen auf die aus dem Bad herausragenden Teile leidet.

Vergl. Benoit, Dehms, Glazebrook (e), Hutchinson, R. Lenz, Lorenz (b), Mascart (c), Passavant, Rowland (c), Rayleigh (e), Sabine, W. v. Siemens (b, e), Weinstein (b) G. Wiedemann (a).

Drahtkopien der Quecksilbernormalen werden in der Regel aus Metalllegierungen von kleinen Temperaturkoëffizienten hergestellt; besonders eignen sich hierzu die neuerdings von Weston und Feussner (c) untersuchten Mangan-Kupfer- und Mangan-Nickel-Kupfer- Legierungen, vergl. Tab. 8. Die Drähte werden an dicke Kupferzuleitungen sorgfältig angelötet und bei der Benutzung in ein Petroleumbad eingesetzt; wegen der Wärmezuleitung von aussen ist es nicht vorteilhaft, die Zuleitungen allzu stark zu machen. Auch ist es nötig, bei der Angabe des Widerstandswertes, der sich aus der Vergleichung mit Quecksilbernormalen ergeben hat, die Methode der Vergleichung und die Art und die Stelle der Zuleitung und Verbindung bei derselben anzugeben, da dieselben die Zehntausendstel des Ohm beeinflussen können. Z. B. ist es bei Benutzung der W-Brücke nicht gleichgültig, ob die Kupferelektroden in die zur Verbindung mit der Brücke dienenden

Quecksilbernäpfe bis auf den Boden derselben eintauchen oder nicht.

Die Kopien sollen stets aus altem Draht hergestellt werden und auch nach der Anfertigung längere Zeit ruhen, ehe die Vergleichung vorgenommen wird, da sich nach mechanischen Deformationen der Widerstand in Folge elastischer Nachwirkung längere Zeit ändert. Die Änderungen können bei Neusilberdraht im Verlauf einiger Jahre mehrere Tausendstel betragen. Vergl. Himstedt (g), Salvioni (c), Klemenčič (e). Bei Neusilberdraht, der ein halbes Jahr vorher bezogen war, fand Kohlrausch (u) im Verlauf von zwei Jahren noch eine Zunahme von 1,4 Tausendstel; der Widerstand näherte sich aber asymptotisch einem Grenzwert.

Behandeln der Drähte in ähnlicher Weise, wie die Magnete nach Strouhal und Barus (**64.**), wiederholtes mehrstündiges Erwärmen auf *100*°, beschleunigt den Eintritt des Endzustandes (künstliches Altern). Milthaler.

Kapitel 4.

Spannungs- und Energiemessungen.

---

1. Allgemeine Bemerkungen.

137. Allgemeines. Um den Spannungsunterschied zwischen zwei Punkten eines vom Strom durchflossenen Leiters zu bestimmen, kann man entweder die dynamische, auf Strom- und Widerstandsmessung, oder die statische (elektrometrische), auf elektrostatischer Kraftwirkung beruhende Methode anwenden. Bei der ersteren hat man zu berücksichtigen, dass durch Anlegen eines dynamischen Spannungsmessers im Allgemeinen der Spannungsunterschied der zu messenden Punkte vermindert wird.

Der Spannungsunterschied statisch geladener Körper kann gleichfalls elektrodynamisch (aus Kapazität und Elektrizitätsmenge) oder statisch bestimmt werden. Im letzten Fall ist zu berücksichtigen, dass im Allgemeinen, bei nicht sehr grosser Kapazität, der Spannungsunterschied der zu messenden Punkte durch Anlegen eines statischen Spannungsmessers herabgesetzt wird.

Das Potential der Erde wird als Null angenommen, höhere Potentiale als positiv, niedere als negativ gerechnet. Bei Bestimmung kleiner Spannungsunterschiede ist auf die Kontaktpotentialunterschiede (**145.**) Rücksicht zu nehmen.

Der Potentialunterschied eines Punktes in der freien Luft wird mittels eines Tropfkollektors, W. Thomson, gemessen; man lässt einen feinen Wasser- oder Quecksilberstrahl aus einem mit dem statischen Spannungsmesser leitend verbundenen

Metallgefäss aus solcher Höhe ausfliessen, dass er sich an der zu messenden Stelle in Tropfen auflöst.

Dieselbe Methode mit Quecksilber oder Amalgam hat man zur Bestimmung des Potentialunterschiedes zwischen Metallen und elektrolytischen Flüssigkeiten angewandt (Tropfelektroden), Ostwald (b); gegen diese Anwendung sind viele Einwände erhoben worden. Nach Paschen (c) soll man den Strahl aus solcher Höhe ausfliessen lassen, dass er sich gerade beim Auftreffen auf die Oberfläche der Flüssigkeit in Tropfen auflöst.

Bei allen Spannungsmessungen, namentlich aber bei hohen Spannungen und bei statischen Spannungsmessern ist auf vorzüglichste Isolierung zu achten. Der beste Isolator ist reines Paraffin. Schweres Glas isoliert auch gut bei vollständig reiner und trockener Oberfläche, durch Waschen mit Natronlauge, verd. Salpetersäure und dest. Wasser und Trocknen mit conc. Schwefelsäure in abgeschlossenen Räumen (Mascart'sche Isolatoren) zu erhalten.

138. Konstante Stromquellen, Normalelemente. Die Akkumulatoren (Sekundärbatterien) sind zur Zeit die besten Quellen für konstante, namentlich für starke Ströme; sie beruhen auf der elektromotorischen Wirkung von Bleisuperoxyd und Blei in verd. Schwefelsäure. Die letztere soll völlig rein (namentlich frei von elektronegativen Metallen) sein; man reinigt sie, wenn nötig, mittels Durchleiten von Schwefelwasserstoff, Kugel; spec. Gewicht der verd. Schwefelsäure: *1,11* bis *1,15* (*15—20* %); die Akkumulatoren werden mittels anderer Stromquellen (Dynamomaschinen) geladen, sollen nie vollständig entladen werden, namentlich nicht längere Zeit ungeladen stehen und möglichst andauernd im Gebrauch bleiben. Die Spannung beim Laden beträgt *2,2* Volt, beim Entladen *1,9* Volt im Mittel; man unterbricht die Entladung, wenn die Spannung auf *1,75* Volt gesunken ist. Der Nutzeffekt (Verhältnis der ausgegebenen Energie in Volt-Am. zu der erhaltenen) beträgt etwa 80 %.

Auch zur Erzeugung hoher Spannungen von einigen Tausend Volt eignen sich vielpaarige Akkumulatorbatterien aus kleinen Elementen. Dieselben werden gruppenweise neben einander geschaltet geladen.

Daniell'sche Elemente, Kupfer in gesättigter Kupfervitriollösung, Zink in *5* bis *10* % reiner Schwefelsäure eignen sich für schwächere Ströme; E. M. K. etwa *1,15* Volt.

Bunsen-Elemente, Kohle in conc. Salpetersäure, Zink in *5* bis *10* % Schwefelsäure, geben stärkere Ströme; E. M. K. etwa *1,9* Volt, nimmt nach längerem Gebrauch mit Verunreinigung der Säuren schnell ab. Die Kohlen reinigt man durch Ausziehen mit Natronlauge. Für kürzer dauernde Ströme kann man die beiden Säuren durch eine Kaliumbichromatlösung ersetzen; eine gute Zusammensetzung erhält man durch Auflösen von 76,5 gr Kaliumbichromat und 83,2 gr conc. Schwefelsäure in 1 Liter Wasser.

Thermoelemente, deren Lötstellen auf konstanter Temperatur gehalten werden (in schmelzendem Schnee oder Eis und über siedendem Wasser) geben gleichfalls eine konstante und in vielen Fällen bequeme E. M. K. Leicht herzustellen ist ein solches Element durch Zusammenlöten von Eisen- und Neusilberdraht. Die E. M. K. dieser Verbindung bei den Temperaturen *0°* und *100°* der Lötstellen beträgt etwa *0,002* Volt. Die Verbindung Wismut-Antimon giebt bei demselben Temperaturunterschied etwa *0,005* Volt.

Als Normalelement dient in erster Linie das Clarkelement, bestehend aus Quecksilber, Merkurosulfat (schwefelsaurem Quecksilberoxydul $Hg_2\,SO_4$), Zinksulfat, Zink oder Zinkamalgam. Die verwendeten Substanzen sollen rein sein, doch genügen solche, wie sie käuflich zu haben sind; das Merkurosulfat soll oxydfrei, das Zinksulfat neutral sein; das letztere reinigt man durch Kochen mit reinem Zink. Das Quecksilber wird mit einer Paste, erhalten durch Verreiben von Merkurosulfat, Zinksulfatkrystallen und Quecksilber unter Anfeuchten mit gesättigter Zinksulfatlösung, bedeckt, das Zink mit Zinksulfatkrystallen und dann mit gesättigter Zinksulfatlösung übergossen; zweckmässig ist die **H**-Form, bei der Quecksilber- und Zinkamalgam sich in den unteren beiden Schenkeln mit eingeschmolzenen Platindrähten als Zuleitung befinden, Paste und Lösung darüber geschichtet werden. Rayleigh (f). Die Elemente sollen stets in Petroleumbäder von konstanter

Temperatur eingesetzt werden zur genauen Bestimmung der letzteren.

Die E. M. K. beträgt bei ϑ^0 *C*:

1,435 (*1* — *0,00077* (ϑ — *15*)) wahre Volt oder
1,438 (*1* — *0,00077* (ϑ — *15*)) legale Volt

nach Rayleigh (f, h); vergl. Lindeck (a);

1,4377 — *0,001* (ϑ — *15*) legale Volt nach Kahle.

Die mit verschiedenen reinen Materialien zusammengesetzten Elemente weichen nur um einige Zehntausendstel Volt von einander ab.

Jedoch bleibt diese E. M. K. nur konstant, wenn die Elemente stromlos oder mit ganz schwachem Strom (höchstens *0,001* Am.) benutzt werden. Wird ein Element durch Zufall einmal kurze Zeit durch kleinere Widerstände (*500*—*1000* Ohm) geschlossen, so bedarf es einiger Zeit zu seiner Erholung, erlangt dann aber wieder die frühere E. M. K. bis auf einige Zehntausendstel Volt.

Normalelement von Fleming besteht aus reinem amalgamiertem Zink, neutraler, reiner Zink- und Kupfersulfatlösung und elektrolytischem reinem Kupfer; spec. Gewicht der Lösungen *1,200* bei *15*°; E. M. K. : *1,102* wahre Volt (*1,105* leg. Volt) bei *18*°; Abnahme derselben für *1*° Temperaturerhöhung etwa $0{,}0_3 2$ Volt. Vergl. Rayleigh (h), Lindeck (b).

Für andere Konzentrationen der Lösungen giebt die nachfolgende Zusammenstellung die E. M. K. in wahren Volt bei etwa *18*°:

	$Zn\,SO_4$	$Cu\,SO_4$		E. M. K.	
spec. Gew.	*1,100*	*1,100*		*1,107*	wahre Volt,
„ „	*1,200*	*1,100*		*1,098*	„ „
„ „	*1,400*	*1,100*		*1,084*	„ „
„ „	*1,463*	*1,200*	(conc. Lösungen)	*1,043*	„ „

Rayleigh (h), Lindeck (b), Kittler (a).

Normalelement von Kittler (a), reines amalgamiertes Zink, verdünnte Schwefelsäure, spec. Gewicht *1,075* (*11*%), conc. Kupfersulfatlösung, spec. Gewicht *1,200*, reines Kupfer, E. M. K. *1,177* wahre Volt; von der Temperatur ist dieselbe nahezu unabhängig.

Herstellung von Clarkelementen nach den Vorschriften des Electrical Standards Committee des Board of Trade; Glazebrook und Skinner (g).

Bereitung der Materialien: 1. Das Quecksilber wird durch Behandeln mit Säure in bekannter Weise und Destillation im Vakuum gereinigt. — 2. Ein Stab reinen Zinks wird am einen Ende mit einem Kupferdraht verlötet, mit Glaspapier abgerieben und nach Entfernen des Zinkstaubs unmittelbar vor dem Ansetzen der Zelle in verdünnte Schwefelsäure getaucht, mit destilliertem Wasser gewaschen und mit Fliesspapier getrocknet. — 3. Reine (umkrystallisierte) Zinksulfatkrystalle werden in der Hälfte ihres Gewichts an destilliertem Wasser unter Zusatz von etwas Zinkkarbonat und mässigem Erwärmen, nicht über 30°, gelöst, die Lösung warm filtriert; beim Abkühlen müssen sich Krystalle ausscheiden. — 4. Käufliches, reines Merkurosulfat wird mit destilliertem Wasser in einer Flasche geschüttelt, das Wasser abgegossen und dasselbe zwei- bis dreimal wiederholt; zuletzt wird alles Wasser möglichst entfernt. Das gewaschene Merkurosulfat wird mit der Zinksulfatlösung gemischt, indem man hinreichend Zinksulfatkrystalle hinzufügt, um die Sättigung zu sichern, sowie eine kleine Menge reines Quecksilber. Die Mischung wird gut verrührt zu einer breiartigen Paste, die eine Stunde lang auf 30° (aber nicht höher) unter zeitweisem Umrühren erwärmt wird. Bei der Abkühlung müssen Zinksulfatkrystalle in der Masse deutlich sichtbar sein, sonst müssen weitere hinzugefügt und der Vorgang wiederholt werden. Die Gegenwart freien Quecksilbers ist wesentlich. Die Verbindung mit dem Quecksilber wird durch einen in eine Glasröhre eingeschmolzenen Platindraht vermittelt.

Ansetzen des Elements: In ein unten geschlossenes Glasröhrchen von etwa *2 cm* Durchmesser und *6—7 cm* Länge wird das Quecksilber *1,5 cm* hoch eingegossen, Glasröhre und Platindraht sorgfältig gereinigt, das Ende des letzteren ausgeglüht und in das Quecksilber eingesetzt. Die Paste wird umgerührt und über *2 cm* hoch eingefüllt, ohne den oberen Teil des Röhrchens zu beschmutzen; der gereinigte Zinkstab wird *1 cm* tief in die Paste eingesenkt, und das Röhrchen durch einen *0,5 cm* langen Kork verschlossen, der Öffnungen

zum Durchlassen des Platin- und Zinkstabes, sowie zum Auslassen der Luft besitzt und nahe bis zur Berührung mit der Oberfläche der Paste eingeführt wird. Nach 24stündigem Stehen wird das Element durch Marineleim geschlossen, der durch Erwärmen flüssig gemacht ist und die Lötstelle des Zinks vollständig bedecken muss. Das Element wird etwa bis zur oberen Korkfläche in ein Wasserbad eingesetzt. Die Güte eines Elementes erkennt man daran, dass sich seine E. M. K. durch Schütteln nicht ändert.

---

2. Elektrodynamische Spannungsmessungen.

139. Durch Strom- und Widerstandsmessung kann man den Spannungsunterschied (E. M. K.) zwischen zwei Punkten a und b eines stromdurchflossenen Leiters nach dem Ohm'schen Gesetz bestimmen. Man erhält den letzteren in c. g. s. Einheiten oder in Volt, wenn die ersteren in c. g. s. E. oder in Am. und Ohm ausgedrückt sind. Vergl. **43**.

Bei kleinerem Widerstand zwischen den beiden Punkten kann man demselben einen geaichten Strommesser von grossem Widerstand für schwache Ströme parallel schalten; das Produkt aus der gemessenen Stromstärke in den Widerstand des Strommessers, der so zum Spannungsmesser wird, giebt die gesuchte Spannung.

Dabei ist zu berücksichtigen: 1. die Widerstandsänderung des Spannungsmessers durch die Stromwärme, die man durch grossen Widerstand aus Draht von kleinem Temperaturkoëffizienten (**136.**) sehr herabdrücken kann; 2. die Änderung des Spannungsunterschiedes an den Punkten a und b durch Anlegen des Spannungsmessers; ist w der Widerstand zwischen a und b, w_s der Widerstand des Spannungsmessers, e_s die mit demselben gemessene E. M. K., so ist die E. M. K. an den Enden von w ohne Nebenschaltung von w_s:

$$e = e_s\left(1 + \frac{w}{w_s}\right).$$

Es ist also $e = e_s$ nur, wenn w gegen w_s zu vernachlässigen.

Unter w ist der gemeinschaftliche Widerstand sämtlicher zwischen a und b bestehenden Leitungen zu verstehen, also wenn a und b zwei Punkte eines Stromkreises, dessen beide durch a und b getrennte Teile die Widerstände w_1 und w_2 haben, so ist

$$w = \frac{w_1 \, w_2}{w_1 + w_2}.$$

Die Methode ist auch auf die E. M. K. von Stromquellen (galvanischen Elementen, Klemmspannung von Dynamomaschinen) anwendbar, die dabei nur durch den Spannungsmesser oder auch noch einen anderen nebengeschalteten Widerstand geschlossen sein können.

Der Widerstand der Stromquelle selbst fällt dabei, auch wenn er nicht sehr klein ist, heraus, falls man sie einmal nur durch den Spannungsmesser, sodann durch diesen und einen bekannten Widerstand w' hintereinander schliesst; ist e_s die gemessene Spannung im ersten, e'_s die im zweiten Fall, so ist die E. M. K. der Stromquelle, Konstanz in beiden Fällen vorausgesetzt:

$$e = \frac{e_s \, e'_s \, w'}{e_s \, (w_s + w') - e'_s \, w_s}.$$

Die Anordnung (**96**$_3$.) Fig. 6, zur Aichung von Strommessern eignet sich umgekehrt auch zur Bestimmung einer E. M. K. im Nebenschluss mit einem geaichten Strommesser.

Die (**174.**) angeführten Methoden zur Bestimmung der Kapazität eines Kondensators aus dem Spannungsunterschied seiner Belegungen und der entladenen Elektrizitätsmenge können umgekehrt auch dazu verwandt werden, die den Kondensentor ladende E. M. K. aus seiner bekannten Kapazität und der entladenen Elektrizitätsmenge zu bestimmen. Die Kapazität in Farad, die Elektrizitätsmenge in Coulomb ergeben die E. M. K. in Volt.

140. Elektrodynamische Spannungsvergleichungen. Dieselben dienen zur Zurückführung beliebiger E. M. K., insbesondere von galvanischen Elementen auf die E. M. K. eines Normalelementes (**138.**)

Es sei e_x die zu bestimmende E. M. K., e_n die des Normalelementes.

1. Methode von Ohm.

e_x und e_n werden nacheinander mit einem empfindlichen Strommesser und einem grossen Widerstand zu einem Stromkreis verbunden; ist w_x und w_n bezw. der Gesamtwiderstand desselben, a_x und a_n die Galvanometerausschläge auf Proportionalität mit der Stromstärke reduziert, so ist

$$e_x = \frac{a_x\, w_x}{a_n\, w_n}\, e_n.$$

Man macht durch passende Wahl von w_x entweder $a_x = a_n$, oder $w_x = w_n$. Im zweiten Fall muss der Strommesser graduiert sein. Die Widerstände der Stromquellen und des Strommessers müssen, wenigstens annähernd, bekannt sein. Für nicht genaue Bestimmungen ist die Methode bequem.

2. Methode von Wheatstone (a).

Man verfährt wie vorher, macht $a_x = a_n$, schaltet dann zu w_x noch einen Widerstand w_1, zu w_n einen anderen w_2, so dass wieder die Stromstärke in beiden Fällen dieselbe ist, dann ist

$$e_x = \frac{w_1}{w_2}\, e_n.$$

Die Widerstände von Stromquellen und Strommesser brauchen also nicht bekannt zu sein; jedoch ändern sich die E. M. K. zumeist mit der Stromstärke.

3. G. Wiedemann's Methode (b).

e_x und e_n werden gleichzeitig in denselben Stromkreis mit einem graduierten Galvanometer eingeschaltet, erst gleichgerichtet, dann entgegengeschaltet, die reduzierten Galvanometerausschläge seien a_1 und a_2, so ist

$$e_x = \frac{a_1 \pm a_2}{a_1 \mp a_2}\, e_n,$$

je nachdem $e_x \gtrless e_n$ ist. Bei dieser Methode gehen durch das schwächere Element Ströme, die seiner E. M. K. entgegengerichtet sind, wodurch die letztere verändert werden kann.

4. Poggendorff's (b.) Methode.

e_x und e_n werden hintereinander mit einem Rheostaten in einen Stromkreis geschaltet, und derselbe von zwei geeigneten Punkten aus durch eine ein Galvanometer g enthaltende Brücke

in zwei Teile geteilt, Fig. 33, sodass der Brückenzweig stromlos bleibt; man vergrössert die Widerstände w_x und w_n beider Teile um w_1 bezw. w_2, sodass dieselbe Bedingung erfüllt bleibt, so ist

$$e_x = \frac{w_1}{w_2} e_n.$$

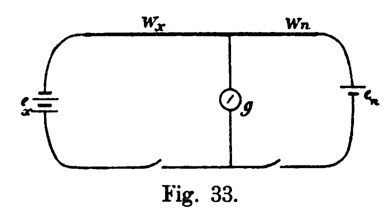


Fig. 33.

Über Interpolation bei der Abgleichung s. **108.**

Die Methode hat den Vorteil aller Nullmethoden, nur kurzdauernden Stromschluss zu bedürfen. Es ist vorteilhaft, mit grossen Widerständen und empfindlichem Galvanoskop in der Brücke zu arbeiten. Vergl. Bosscha (b).

141. Elektrodynamische Spannungsvergleichungen; Kompensationsmethoden.

Die vorstehenden Methoden setzen voraus, dass e_x und e_n unabhängig seien von der Stromstärke, was thatsächlich nie der Fall ist; auch verträgt, wie bereits bemerkt, das Clark'sche Normalelement nur ganz schwache Ströme ohne Änderung seiner E. M. K. Zu genauen Vergleichungen sind daher die nachfolgenden Kompensationsmethoden, bei denen die Vergleichs-E. M. K. immer stromlos bleibt, geeignet; auch kann man hier, da es sich um Nullmethoden handelt, mit kurzem Stromschluss arbeiten. Es ist zweckmässig, bis zur annähernden Abgleichung dem Normalelement immer einen grösseren Widerstand zuzuschalten, der zur genauen Einstellung beliebig verkleinert werden kann. Über Interpolation bei der Abgleichung s. (**108.**).

1. Methode von Poggendorff-Bosscha (b).

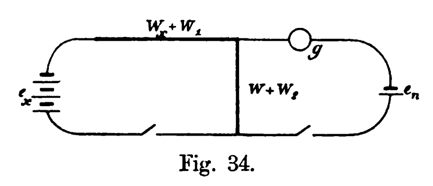


Fig. 34.

Die Anordnung ähnelt derjenigen der vorigen Methode, nur sind die Elemente gegeneinander geschaltet, das Galvanometer in den Zweig von e_n gelegt, und in die Brücke nur ein Widerstand w, Fig. 34. Man gleicht die Widerstände w_x und w so ab, dass g stromlos

ist, dann vermehrt man w_x um w_1 und w um w_2, sodass dieselbe Bedingung erfüllt ist, so ist

$$e_x = e_n \frac{w_2 + w_1}{w_1}.$$

Gleichzeitig findet man den Widerstand des Zweiges mit e_x, wenn man dieselbe Abgleichung mit den Widerständen w'_1 und w'_2 ein zweites Mal vornimmt:

$$w_x = \frac{w'_2\, w_1 - w_2\, w'_1}{w_2 - w'_2}.$$

Sehr bequem lässt sich diese Methode mit einem kalibrierten Brückendraht mit zwei Schleifkontakten b und c ausführen, Fig. 35, statt der Widerstände w_1 und w_2 sind dann die korrigierten Längen des Brückendrahtes ab und bc einzuführen und es ist

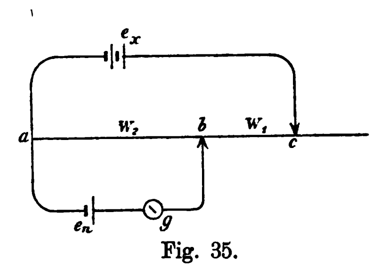


Fig. 35.

$$e_x = e_n \frac{(w_2 - w'_2) + (w_1 - w'_1)}{(w_2 - w'_2)}.$$

Zur Ausführbarkeit dieser Methode ist erforderlich, dass $e_x > e_n$ ist. w_1 wählt man so gross, wie sich mit der Empfindlichkeit des Galvanoskops g verträgt.

Um die Methode auf inkonstante Ketten anzuwenden, schaltet man statt e_x eine konstante Hülfssäule ein und e_x dagegen abwechselnd mit e_n in den Galvanometerzweig.

Man verschiebt dann nur den Kontakt b, Fig. 35, um in beiden Fällen Stromlosigkeit zu erreichen und hat, wenn w_1 und w'_1 die beiden e_x und e_n entsprechenden Werte des Stückes bc sind:

$$e_x = e_n \frac{w_1}{w'_1}. \qquad \text{Dubois-Reymond.}$$

2. Die Methode von Clark hat mit der letzten Anordnung den Vorzug gemein, dass die beiden zu vergleichenden E. M. K. stromlos bleiben, und vermeidet dabei die Abhängigkeit von der Konstanz der Hülfsbatterie. Die Anordnung

zeigt Fig. 36. *a b* ist ein Brückendraht mit Schleifkontakt *c*, e_x, sowie die Hülfssäule *e* werden mit den Enden *a* und *b* des ersteren verbunden, e_n dagegen mit *a* und dem Schleifkontakt *c*. Mit *a* stehen die gleichen Pole aller drei Säulen in Verbindung; in die Zweige von e_x und e_n werden Galvanoskope g_1 und g_2, in den von *e* ein Rheostatenwiderstand *w* eingeschaltet; *w* und der Schleifkontakt *c* werden so eingestellt, dass g_1 und g_2 stromlos sind; sind dann w_1 und w_2 die Widerstände der beiden Teile *b c* und *a c* des Brückendrahtes, so ist

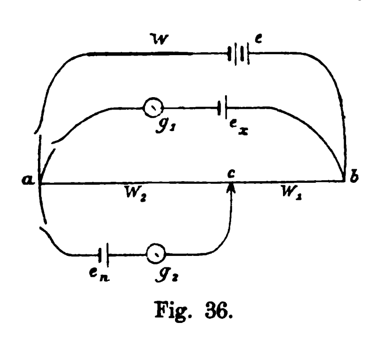


Fig. 36.

$$e_x = e_n \frac{w_1 + w_2}{w_2}.$$

Bedingung der Ausführbarkeit ist, dass $e > e_x > e_n$, und dass der Widerstand des Brückendrahtes $w_1 + w_2$ kleiner ist, als der des Zweiges $a\, g_2\, c$; jedoch soll der erstere nicht zu klein sein.

142. Die E. M. K. der Polarisation einer Zersetzungszelle bestimmt man nach einer der Methoden **139.**, **140.** Insbesondere eignen sich die hierzu **139₂** für die E. M. K. von Elementen angegebene und die Methode von Wheatstone **140₂**. Man bestimmt im ersten Fall einmal die E. M. K. *e* der polarisierenden Batterie allein, sodann die E. M. K. $e - e_p$ derselben mit Zersetzungszelle; der Unterschied giebt e_p. Im zweiten Fall vergleicht man *e* mit $e - e_p$ und erhält das Verhältnis e_p/e. Vorausgesetzt wird hierbei, dass sich die E. M. K. und die Widerstände der polarisierenden Batterie und der Zersetzungszelle bei den verschiedenen Messungen nicht merklich ändern, was nie ganz erfüllt ist. Vergl. Buff (a, b), Fromme.

Man kann ferner ein Galvanometer mit grossem Widerstand für eine kleine stets gleiche Zeit (etwa mittels Helmholtz'schen Pendelunterbrechers (**102.**)) in den Stromkreis einschalten, wenn derselbe 1. die polarisierende Säule und die

Zersetzungszelle, 2. die erstere allein und 3. ein Normalelement enthält. Die auf den Sinus des halben Ablenkungswinkels reduzierten Impulsivausschläge des Galvanometers, a_1 a_2 a_3, sind den E. M. K. in den drei Fällen $e - e_p$, e und e_n proportional, es ist daher $e_p / e_n = (a_2 - a_1) / a_3$. Während des Einschaltens des Galvanometers sinkt e_p; man misst den Mittelwert desselben während der kurzen Dauer des Einschaltens.

Richarz.

Endlich kann man auch mittels einer dritten unpolarisierten Hülfselektrode aus dem gleichen Metall wie die stromzuführenden Hauptelektroden in der Zersetzungszelle die Polarisation an jeder derselben elektrometrisch bestimmen. Vergl. Koch und Wüllner.

---

3. Elektrostatische Spannungsmessungen.

143. Absolutes Elektrometer. W. Thomson (b), G. Kirchhoff. Das absolute Elektrometer besteht aus zwei genau ebenen, kreisförmigen, parallelen Platten, von denen die eine horizontal an einen Arm einer Wage aufgehängt wird; der Abstand der beiden Platten muss klein sein gegen ihren Durchmesser. Die Platten sind entweder gleich, oder die bewegliche ist kleiner als die feste, aber von einem mit ihr in einer Ebene befindlichen festen Schutzring umgeben, von dem sie durch einen möglichst schmalen ringförmigen Ausschnitt (von etwa *0,1 cm* Breite) getrennt ist. Sind die Oberflächen spiegelnd abgeschliffen und poliert, so kann man an dem Spiegelbild eines gespannten Fadens die Einstellung in gleiche Ebene leicht erkennen. Platte und Schutzring werden auf demselben Potential gehalten.

Die elektrostatische Anziehung der auf verschiedenem Potential befindlichen Platten wird durch Wägung bestimmt. Ist

m die Masse der das Gleichgewicht haltenden Gewichtsstücke in *gr*,

g die Beschleunigung der Schwerkraft in $cm\ sec^{-2}$, Tab. 20,

a der Abstand der Platten in *cm*,

c die Kapazität des von den beiden Platten gebildeten Luftkondensators in c. g. s. E. (8., 172.),

so ist der Spannungsunterschied der beiden Platten:

$$e = \sqrt{\frac{2mga}{c}} \quad \text{c. g. s. E.} \quad \text{(e. s. M.)}$$

Bezeichnet r den Halbmesser der beweglichen Platte, so ist bei Vernachlässigung der Randkorrektion (172.)

$$c = \frac{r^2}{4a},$$

also

$$e = \frac{a}{r} \sqrt{8mg} \quad \text{c. g. s. E.} \quad \text{(e. s. M.).}$$

Durch Multiplikation dieses Wertes mit der kritischen Geschwindigkeit v (42., 184 ff.), Tab. 17, erhält man e in absoluten e. m. M. Einheiten; durch Multiplikation mit *300* dagegen in Volt auf einige Tausendstel genau.

Der Abstand a lässt sich so bestimmen, dass man die beiden Platten bis nahe zur Berührung bringt, nach genauer Parallelstellung den bestehenden kleinen Abstand von einigen Hundertstel *cm* mittels eines Mikroskops mit Okularmikrometer oder des Helmholtz'schen Ophtalmometers bestimmt und die Platten dann mittels einer feinen Schraube von bekannter Ganghöhe in den gewünschten Abstand bringt.

Nach W. Thomson (b) vermeidet man die schwierige Bestimmung von a, indem man die eine Platte auf einem konstanten Potential lässt, die andere nacheinander auf diejenigen Potentiale bringt, deren Unterschied man messen will, und den Unterschied der Abstände misst, bei denen die elektrostatischen Kräfte in beiden Fällen denselben Betrag erreichen. Ist die Wage bei gleichbleibender Belastung m für die Potentiale e_1 und e_2 im Gleichgewicht, wenn die Plattenabstände a_1 und a_2 betragen, so ist

$$e_1 - e_2 = \frac{(a_1 - a_2)}{r} \sqrt{8mg}.$$

Der Unterschied $a_1 - a_2$ ist durch Schraubenverschiebung leichter zu ermitteln, als die Abstände selbst.

Der Apparat eignet sich hauptsächlich als Normalinstrument

zur Aichung von Elektrometern für hohe Spannungen (Righi's Reflexionselektrometer). Man verfährt dann so, dass man bei einer bestimmten Belastung der Wage und allmälig wachsender Spannung den Ausschlag des zu aichenden Instrumentes in dem Augenblick abliest, in dem die elektrostatischen Kräfte die Schwerkraft erreicht haben und die Platten sich gegeneinander zu bewegen anfangen. Vergl. Czermak, Paschen (a), Quincke (a). m ist auf luftleeren Raum zu reduzieren und wegen etwaiger Ungleicharmigkeit der Wage zu korrigieren, falls es nicht durch Substitution bestimmt wird.

Die Wage eignet zur Bestimmung von Potentialunterschieden, etwa von der Ordnung *1* bis *100* e. s. E., und die erreichbare Genauigkeit beträgt einige Tausendstel.

Jaumann (a, b) und Cardani haben Methoden angegeben, die Anziehung der Platten ohne Wage zu messen, wobei dieselben nur ganz geringe Verschiebungen gegeneinander erfahren.

Bichat und Blondlot (b) ersetzen die beiden Platten durch zwei konaxiale Cylinder, von denen der eine, kleinere, mit der Wage verbunden und in den weiteren bis zur Hälfte eingeschoben ist, ausserhalb desselben geht er durch eine Öffnung in einem zur Erde abgeleiteten Metallschirm hindurch. Der weitere Cylinder ist isoliert und wird auf die zu messende Spannung geladen, die Anziehung der beiden Cylinder auch hier durch Wägung gemessen; sie ist von kleinen Verschiebungen derselben unabhängig.

Sind r_1 und $r_2 < r_1$ die Halbmesser der beiden Cylinder, so ist die Spannung

$$e = \sqrt{4mg \,.\, lgn \frac{r_1}{r_2}}.$$

Noch eine andere Form eines absoluten Elektrometers hat Lippmann (f) angegeben.

144. Das Quadrantelektrometer. W. Thomson (b), G. Kirchhoff, Mascart (a), besteht aus vier festen Quadranten, die übers Kreuz paarweise metallisch verbunden werden und auf den symmetrisch zu jenen aufgehängten, beweglichen Teil, die Nadel, wirken; die letztere erhält von der Aufhängung

oder einem mit ihr fest verbundenen Magnet ihre Richtkraft, und man misst die Ausschläge derselben. Die Nadel kann durch die Aufhängung (sehr dünner Platin-, Silber- oder Eisendraht) oder durch ein Schwefelsäure enthaltendes Gefäss, in das ein mit ihr verbundener Platindraht taucht, mit einem äusseren Punkt in leitende Verbindung gesetzt werden.

Die Empfindlichkeit des Instrumentes kann innerhalb weiter Grenzen abgeändert werden und ist in einem gewissen Bereiche nahe unabhängig vom Ausschlage. Seine Kapazität ist erheblich.

Sind e_1, e_2 und e die Potentiale der beiden Quadrantenpaare und der Nadel, a der Ausschlag der letzteren, so ist

$$(e_1 - e_2)\,[e - \beta\,(e_1 + e_2)] = R \sin a,$$

wo β und R instrumentelle Konstanten sind. Gewöhnlich wird die Form der Nadel so gewählt, dass $\beta = 1/2$ ist, dann wird

$$(e_1 - e_2)\,[e - 1/2\,(e_1 + e_2)] = R \sin a.$$

Bei Richtkraft durch unifilare Aufhängung tritt an Stelle von $\sin a$ der Winkel a selbst. Der Faktor R wird durch empirische Aichung bestimmt (**148.**).

Das Quadrantelektrometer kann in drei Schaltungen verwendet werden. Hallwachs (a).

1. Quadrantschaltung. Die Nadel wird mit einer vielpaarigen Volta'schen oder Zamboni'schen Säule oder einer Leydener Flasche auf ein hohes Potential geladen, die beiden Quadrantenpaare auf den zu messenden kleinen Spannungsunterschied; das eine derselben kann zur Erde abgeleitet werden. Es ist dann $e_2 = 0$ und

$$e_1\,(e - \beta e_1) = R \sin a.$$

Ist das Nadelpotential e sehr gross, so kann man βe_1 dagegen vernachlässigen und hat dann den zu messenden Spannungsunterschied

$$e_1 = \frac{R}{e} \sin a,$$

also nahe proportional $\sin a$, oder für kleine Ausschläge diesen selbst. Hierbei ist jedoch völlige Symmetrie der Nadel gegen die Quadranten vorausgesetzt, andernfalls ist diese Propor-

tionalität zwischen Ausschlag und Spannungsunterschied auch nicht annähernd vorhanden. Hier, wie bei den anderen Schaltungen empfiehlt es sich, stets entgegengesetzte Ablenkungen zu beobachten, die man in diesem Fall durch Vertauschen der Quadranten erhält; aus den beiderseitigen Ablenkungen wird das Mittel genommen; dieselben sind bei dieser Schaltung im allgemeinen nicht gleich.

2. Nadelschaltung. Die Quadranten werden mit einer Hülfssäule auf entgegengesetzt gleiche Potentiale geladen, die Nadel dagegen auf die gegen das Potential null (der Erde) zu messende Spannung. Es ist dann $e_2 = - e_1$ und

$$2e_1\, e = R \sin a,$$

also die zu messende Spannung

$$e = \frac{R}{2e_1} \sin a,$$

wo $2e_1$ der Potentialunterschied der Quadranten. Die beiderseitigen Ablenkungen werden hier am besten durch Umkehr des Nadelpotentials hervorgebracht.

3. Doppelschaltung. Das eine Quadrantenpaar wird zur Erde abgeleitet (Potential null), das andere mit der Nadel verbunden und auf das gegen die Erde zu messende Potential geladen. Es ist dann $e_1 = e$, $e_2 = 0$ und

$$e^2 (1 - \beta) = R \sin a,$$

also das zu messende Potential

$$e = \sqrt{\frac{R}{1 - \beta} \sin a}.$$

In diesem Fall ist man von der Inkonstanz einer Hülfssäule unabhängig, dagegen wird hier zur Bestimmung kleiner Spannungen eine grössere Empfindlichkeit des Instrumentes oder Anwendung von Verstärkern (**145.**) verlangt.

Die beiderseitigen Ablenkungen erzeugt man unter gleichzeitiger Umkehr der ladenden Spannung und Vertauschen der Quadranten. Vergl. unten.

Fehlerquellen:

1. Äussere elektrostatische Einflüsse werden durch

ein zur Erde abgeleitetes Metallgehäuse, das nur die zur Einsicht nötigen Öffnungen hat, vermieden.

2. Isolationsfehler sind durch sorgfältiges Reinigen und Trockenhalten des Instruments (vergl. **137.**) auszuschliessen. Nebenschlüsse im Instrument setzen die angelegten Spannungen herab und sind namentlich bei grossen Spannungen zu fürchten.

3. Nullpunktverschiebungen (Kriechen) der Nadel können von der Schwefelsäurezuleitung oder schlechten Kontakten oder von elastischer Nachwirkung der Aufhängung herrühren. Im ersten Fall ist die Schwefelsäure zu erneuern; die Oberfläche derselben soll nur von einem möglichst feinen und gut benetzten Platindraht durchsetzt werden. Die elastische Nachwirkung kann namentlich bei empfindlicher bifilarer Aufhängung mit Coconfäden stören.

4. Inkonstanz der Hülfssäule (kommt nur bei Schaltung *1* und *2* in Betracht). Giebt man bei der ersten Schaltung die symmetrische Stellung der Nadel gegen die Quadranten auf, so kann man durch geeignete Konstruktion und ein bestimmtes Nadelpotential erreichen, dass die Empfindlichkeit von Änderungen des letzteren nahe unabhängig ist.

Hartwich, Ayrton (d).

5. Änderung der Empfindlichkeit mit der Nadelstellung. Die bei einer gewissen Stellung vorgenommene Aichung und Graduierung bleibt nicht mehr gültig, wenn die Nadel sich, etwa durch Verlängerung der Aufhängefäden, senkt. Bei der gebräuchlichen Form des Quadrantenelektrometers, bei welcher die Quadranten eine nahe geschlossene cylindrische Kapsel bilden, vermeidet man den Fehler dadurch, dass man die Nadel genau in die Mitte zwischen oberer und unterer Quadrantenfläche bringt, eine Stellung, die man dadurch erkennt, dass gegenüber höheren und tieferen die Empfindlichkeit für sie ein Minimum ist.

6. Änderung der Empfindlichkeit mit der Direktionskraft kann namentlich leicht auftreten, wenn dieselbe von magnetischen Kräften herrührt. Die Empfindlichkeit ist dann öfter zu prüfen.

7. Reibungselektrizität an Umschaltern, namentlich Quecksilberumschaltern, kann erheblich stören; das Quecksilber

soll daher stets in Metallnäpfe (eiserne Fingerhüte) gefüllt werden.

7. Kontaktpotentialunterschiede zwischen den einzelnen Teilen des Elektrometers sind fast immer vorhanden, namentlich wo diese aus verschiedenen Metallen (Aluminium, Messing) bestehen, und können die Messung kleiner Spannungsunterschiede bei Doppelschaltung erheblich beeinflussen. Zweckmässig ist es, die Aluminiumnadel zur Verkleinerung dieses Einflusses zu vermessingen.

Der Einfluss derselben ergiebt sich aus nachstehenden Gleichungen. Es sei

e_{12} der Kontaktpotentialunterschied der beiden Quadrantenpaare gegeneinander,

e_n das Mittel aus den Kontaktpotentialunterschieden derselben gegen die Nadel,

a das Mittel aus den beiderseitigen Ausschlägen auf *sinus* oder Bogen reduziert,

so ist bei Schaltung 1

$$e_1 = \frac{R}{e + e_n - {}^1/_2\, e_{12}} \cdot a,$$

bei Schaltung 2

$$e = \frac{R}{2e_1 + {}^1/_2\, e_{12}} \cdot a,$$

bei Schaltung 3 für $\beta = {}^1/_2$,

$$e = \sqrt{2Ra} \pm \frac{e_{12}}{2},$$

bei Vernachlässigung von e_{12}^2.

In den meisten Fällen wird auch e_{12} zu vernachlässigen sein, da es, wenn die Quadranten aus einem Metallstück gearbeitet sind, kaum grösser als *0,01* Volt ist.

Bei der dritten Schaltung fällt die kleine Korrektion ganz heraus, wenn man das Mittel aus vier Ablenkungen nimmt, die man durch aufeinanderfolgende Vertauschung der Quadranten und Umkehr des Ladungspotentials erhält. Man kann dadurch zugleich die Kontaktpotentialunterschiede e_{12} und e_n messen. Hallwachs (a).

Ist

a_1 der halbe Unterschied der Einstellungen für $Q1+$ und für $Q2-$
a_2 „ „ „ „ „ „ $Q1-$ „ „ $Q2+$
a'_1 „ „ „ „ „ „ $Q1+$ „ „ $Q2+$
a'_2 „ „ „ „ „ „ $Q1-$ „ „ $Q2-$,

wobei jedesmal die Nadel mit dem bezeichneten Quadrantenpaar verbunden, das andere zur Erde abgeleitet ist, so ist

$$e = \sqrt{R\,(a_1 + a_2)},$$

$$e_{12} = \pm \frac{2R}{e}\,(a_1 - a_2),$$

$$e_n = \frac{e}{2}\,\frac{a'_1 - a'_2}{a'_1 + a'_2}.$$

Bei Messingquadranten und Aluminiumnadel ist e_n nahezu 1 Volt. Hallwachs (a).

Die Doppelschaltung ist immer anzuwenden, wenn es sich um die Ermittlung der wirksamen E. M. K. bei Wechselströmen handelt (**26.**) Joubert (a).

Orientierung des Quadrantelektrometers. Man stellt die Nadel zunächst nach dem Augenmaass symmetrisch zu den Quadranten, leitet die letzteren sämtlich zur Erde ab, erteilt der Nadel nacheinander ziemlich hohe entgegengesetzt gleiche Potentiale und bewirkt durch Drehen der Nadel, dass die in Folge der Kontaktpotentialdifferenz e_{12} entstehenden beiderseitigen Ablenkungen gleich sind, wobei die Stellung der zur Erde abgeleiteten Nadel als Nullstellung gilt.

Dann wird event. die Höhe der Nadel innerhalb der Quadranten so geregelt, dass die Empfindlichkeit ein Minimum ist, s. oben. Ist bei Quadrantschaltung das Gleichgewicht der Nadel in der Symmetrielage labil, so muss man ihr Potential verkleinern.

145. Messung sehr kleiner Spannungsunterschiede mit dem Quadrantelektrometer. Um sehr kleine Spannungsunterschiede (unter *1* Volt) mit dem Quadrantelektrometer ohne Hülfssäule (in Doppelschaltung) messen zu können, bedient man sich eines Kondensators mit verschiebbaren Platten, R. Kohlrausch, oder besser eines Potentialverstärkers, Nicholson, W. Thomson (d), Hallwachs (b). Der erstere wird

bei kleiner Entfernung der Platten mit dem Elektrometer verbunden und auf den zu messenden Spannungsunterschied geladen, dann von der Säule getrennt und die Platten in grösseren Abstand gebracht; die Verkleinerung der Kapazität bewirkt dann eine Erhöhung des Potentials und somit des Elektrometerausschlags; die Verstärkungszahl wird empirisch bestimmt. Fehler in der Einstellung des Kondensators, Ladungsverluste durch mangelhafte Isolierung, äussere Influenzwirkungen können hierbei Fehler veranlassen.

Die Potentialverstärker beruhen auf periodischer Wiederholung des eben beschriebenen Vorgangs, wobei die Ausschläge des Elektrometers sich asymptotisch einem Grenzwert nähern. Der Einfluss der obigen Fehlerquellen lässt sich dabei wesentlich herabsetzen.

Über eine Methode die Kontaktpotentialdifferenz der aus verschiedenen Metallen bestehenden Kondensatorplatten zu messen, vergl. Righi (c).

146. Kapillarelektrometer. Lippmann (a). Eine Glasröhre wird am unteren Ende zu einer äusserst feinen Spitze ausgezogen (am besten aus einer angesetzten Kapillare) von einem Durchmesser unter *0,01 mm*; dieselbe wird vertikal gestellt und mit einer durch die Kapillarkraft getragenen Quecksilbersäule von *25* bis *75 cm* gefüllt. Unten taucht die Spitze in verdünnte Schwefelsäure ($^1/_6$ Volumteil Säure, spec. Gewicht *1,189*; 26 %), die durch Austreiben von etwas Quecksilber aus der Kapillare mit diesem in Berührung gebracht wird; die Kapillare muss frei von Luftbläschen sein. Quecksilber und Schwefelsäure werden zunächst leitend verbunden, dann auf den zu messenden Potentialunterschied gebracht, und die Verschiebung des Quecksilberfadens mittels Mikroskops mit Okularmikrometer gemessen, oder auch, weniger bequem, die Druckänderung des Quecksilbers, durch welche der Faden in seine erste Stellung zurückgeführt wird. Für kleine Spannungsunterschiede bis *0,9* Volt ist das Instrument bei schneller Einstellung sehr brauchbar. Für höhere Potentiale nimmt die Empfindlichkeit schnell ab; bei mehr als *2,5* Volt erhält man Gasentwicklung an der Grenzfläche. Die Berührungsfläche zwischen Quecksilber und Schwefelsäure muss stets rein er-

halten werden; vor jedem Versuch treibt man durch Druckvermehrung etwas Quecksilber aus der Kapillare aus; um Oxydierung des Quecksilbers zu vermeiden, giebt man der Schwefelsäure stets das höhere Potential. Die Kapazität des Instrumentes ist erheblich.

Von anderen Elektrometern sind namentlich noch das Goldblattelektrometer nach Hankel und das Sinuselektrometer nach R. Kohlrausch zu erwähnen.

Das erstere ist bei vielen Messungen wegen seiner geringen Kapazität und schnellen Einstellungen sehr zu empfehlen. Die Elektrometer müssen alle empirisch geaicht und auch (mit Ausnahme des Sinuselektrometers, bei dem die Potentiale dem Sinus des Ausschlags proportional sind) graduiert werden.

147. Die Funkenpotentiale können zur Bestimmung hoher Spannungen (über *1000* Volt) dienen, bei langsamem und allmäligem Anwachsen desselben. Man misst die Schlagweite der Funken in normaler atmosphärischer Luft, welche der zu messende Spannungsunterschied zwischen zwei gleichen polierten Messingkugeln von *0,5* oder *1 cm* Halbmesser erzeugt, und bestimmt daraus das Potential nach den Angaben von Tabelle 13. Die Zahlen der einzelnen Beobachter weichen von den in der Tabelle gegebenen Mittelwerten bis zu 4 % ab, und auf eine grössere Genauigkeit ist bei dieser Bestimmung nur bei grosser Sorgfalt zu rechnen. Die Zuleitungen zu den Kugeln sollen, wenigstens bei Funkenstrecken, die grösser sind als der Durchmesser der Elektroden, nicht dicker als $^1/_6$ des letzteren sein. Auch ist die Nähe influierender Körper (Leiter und Nichtleiter) bei der Funkenstrecke zu vermeiden.

148. Aichung und Graduierung von Spannungsmessern geschehen mittels bekannter E. M. K. verschiedener Grösse, und zwar bei Instrumenten für kleinere und mittlere Spannungen durch Normalelemente (138.), oder durch Anlegen des Spannungsmessers an bekannte Widerstände, durch die ein gemessener Strom fliesst; die Widerstände müssen so beschaffen sein, dass sie sich durch die Stromwärme nicht merklich ändern. Bei Aichung elektrodynamischer Spannungsmesser

ist auf die Herabsetzung der Spannung durch Anlegen derselben Rücksicht zu nehmen (**139.**) Vergl. F. Braun (b).

Zur Aichung von Instrumenten für hohe Spannungen benutzt man das absolute Elektrometer (**143.**) oder Funkenpotentiale (**147.**).

---

4. Energiemessungen.

149. Energie konstanter Ströme.

Die in der Zeit t von einem konstanten Strome i in einem Leiter vom Widerstand w, an dessen Enden der Spannungsunterschied $e = iw$ besteht, entwickelte Energie ist

$$A = i^2\, w\, t = e\, i\, t = \frac{e^2}{w}\, t \quad (12.).$$

Zur Messung derselben giebt es drei diesen Formeln entsprechende Methoden; die erste beruht auf Widerstands- und Strommessung, die zweite auf gleichzeitiger Strom- und Spannungsmessung, die dritte auf Widerstands- und Spannungsmessung. Dieselben werden nach den im Vorigen beschriebenen Methoden ausgeführt; Messung der verschiedenen Grössen in c. g. s. Einheiten ergiebt auch die Energie in solchen; das System: Am., Volt, Ohm liefert A in Joule, wobei man zwischen legalen und wahren Joule unterscheiden muss (**43.**), und die Energie in der Zeiteinheit oder Leistung in Watt.

Die zweite Methode hat den Vorzug, unabhängig von der Widerstandsänderung durch Stromwärme zu sein.

Elektrodynamische oder elektrokalorische Strommessung liefert unmittelbar i^2, elektrometrische Messung bei Doppelschaltung (**144**$_3$) e^2.

Man kann daher geaichte und graduierte Elektrodynamometer oder Elektrometer unmittelbar mit einem bekannten Widerstand zu einem Energiemesser verbinden, sodass die Energie den korrigierten Ausschlägen proportional ist; folgende einfache Anordnungen sind zu empfehlen:

1. Die eine Rolle eines Dynamometers wird, nötigenfalls mit einem Zusatzwiderstand, in Nebenschaltung zu dem Widerstand w gelegt, in dem die Energie gemessen werden soll, und

der klein sein muss gegen den Widerstand der Nebenschliessung; die andere Rolle wird mit w hintereinander in den Stromkreis eingeschaltet. Ist

a der auf Am.[2] reduzierte Ausschlag des Dynamometers,
w_d der Widerstand des Nebenschlusses, Dynamometerrolle und Zusatzwiderstand, in Ohm,

so ist die Stromleistung in dem Widerstand w Ohm:

$$L = \frac{w_d}{1 + \frac{w}{w_d}} a \text{ Watt},$$

also annähernd $L \doteq w_d\, a$ Watt. Deprez.

2. Der Widerstand w, in welchem die Energie gemessen werden soll, wird mit dem bekannten und durch die Stromwärme nicht merklich veränderten Widerstand w_1 hintereinander in den Stromkreis eingeschaltet. Die beiden Quadrantenpaare eines bei Doppelschaltung geaichten Quadrantelektrometers werden mit den Enden von w_1, die Nadel nacheinander mit den Enden von w verbunden; sind

a_1 und a_2 die auf Volt[2] reduzierten Ausschläge des Elektrometers, so ist die Leistung in w:

$$L = \frac{a_2 - a_1}{w_1} \text{ Watt}. \qquad \text{Potier.}$$

Man kann die Anordnung auch so treffen, dass die Quadranten an w, die Nadel an w_1 angelegt werden. Die vorstehende Gleichung ist auch dann gültig. Hopkinson (a).

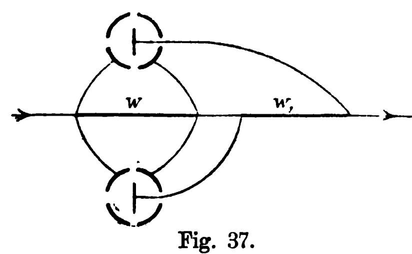


Fig. 37.

Fehler, die durch Änderung der Stromstärke zwischen der Messung von a_1 und a_2 herrühren können, vermeidet man durch Anwendung zweier Elektrometer, Ayrton (d) oder eines Doppelnadelelektrometers, Blondlot und Curie (a). (Anordnung Fig. 37.) Vergl. Swinburne.

150. Energie von Wechselströmen.

Bei Wechselströmen ist darauf Rücksicht zu nehmen, dass

im Allgemeinen in Folge von Selbstinduktion des Widerstandes w, in welchem die Energie zu messen ist, zwischen der Spannung an seinen Enden und der Stromstärke ein Phasenunterschied besteht (29.). Die dynamometrische Methode des vorigen Abschnitts ist daher hier im Allgemeinen nicht anwendbar, wohl aber die elektrometrische, wenn nur der benutzte Hülfswiderstand w_1 merklich induktionsfrei ist (107.) Man misst die mittlere Energie oder Leistung (31.). Ferner kann man mit beliebigen geaichten Spannungs- und Strommessern für Wechselströme noch folgende Methoden anwenden.

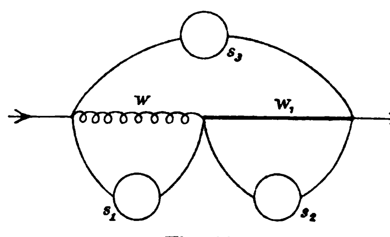


Fig. 38.

1. Mit drei Spannungsmessern, s_1, s_2, s_3, Fig. 38, von denen s_1 an die Enden von w, s_2 an die Enden von w_1, s_3 an die Enden von $w + w_1$ angelegt sind: Sind γ_1, γ_2, γ_3 die auf Volt reduzierten Ablesungen der drei Instrumente, so ist die mittlere Stromleistung in w

$$L = \frac{1}{2w_1} (\gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2) \text{ Watt.}$$

Die Methode ist am genausten, wenn w_1 so gewählt ist, dass $\gamma_1 = \gamma_2$ ist. Ayrton (d).

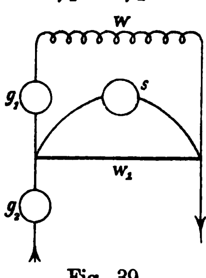


Fig. 39.

2. Mit zwei Strommessern und einem Spannungsmesser. w und w_1 werden nebeneinander geschaltet, der eine Strommesser g_1 in den Zweig zu w, der andere g_2 in den Hauptstrom, der Spannungsmesser s mit den Enden von w_1 verbunden, Fig. 39. Sind α_1, α_2 und γ die auf Am. bez. Volt reduzierten Ablesungen der drei Instrumente, so ist die mittlere Stromleistung in w

$$L = \frac{w_1}{2} \left(\alpha_2^2 - \alpha_1^2 - \left(\frac{\gamma}{w_1}\right)^2\right) \text{ Watt. Ayrton (d).}$$

3. Mit einem Strommesser und einem Elektrodynamometer. w und w_1 werden wieder nebeneinander geschaltet; in den

Zweig von w der Strommesser g und die eine Rolle des Dynamometers d, die andere dagegen kommt in den unverzweigten Stromkreis, Fig. 40. Sind a und δ die auf Am. reduzierten Ablesungen beider Instrumente, so ist die mittlere Leistung in w

$$L = w_1 (\delta^2 - a^2).$$ Blakesley.

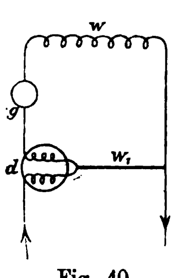


Fig. 40.

Korrektion wegen Selbstinduktion des Hülfswiderstandes w_1. Ist die Selbstinduktion von w_1 nicht ganz zu vernachlässigen, so hat man an der gemessenen scheinbaren Leistung L_s eine Korrektion anzubringen, um die wahre Leistung L_w zu erhalten und zwar ist, wenn φ und φ_1 die Phasenverschiebungen des Stromes gegen die E. M. K. in w und w_1 sind,

$$\frac{L_w}{L_s} = \frac{1}{1 + tg\,\varphi\, tg\,\varphi_1},$$

bei Hintereinanderschaltung (Fig. 38) von w und w_1;

$$\frac{L_w}{L_s} = \frac{1 + tg^2\varphi_1}{1 + tg\,\varphi\, tg\,\varphi_1},$$

bei Nebeneinanderschaltung (Fig. 39, 40).

Zur Ermittelung der Korrektion genügt eine angenäherte Kenntniss von φ und φ_1, die sich aus dem Selbstinduktionskoëffizienten, dem Widerstand und der Frequenz berechnen lassen (**29.**).

φ ergiebt sich aus den beiden vorstehenden Methoden der Energiemessung von Ayrton

1. $$\cos\varphi = \frac{\gamma_3^2 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2}{2\gamma_1\gamma_2},$$

2. $$\cos\varphi = \frac{a_2^2 - a_1^2 - \left(\frac{\gamma}{w_1}\right)^2}{2a_1\frac{\gamma}{w_1}}.$$

Zu berücksichtigen ist ferner bei Wechselströmen von hoher Frequenz die Änderung des Widerstandes für dicke massive Leiter (**104.**).

151. Energie und Nutzeffekt bei Transformatoren (Induktorien). Man schaltet je einen Wechselstrommesser in den primären und sekundären Kreis, und ein Dynamometer mit der einen Rolle in den ersten, mit der anderen in den zweiten. Es seien a_p, a_s und a_{ps}, die auf Am. reduzierten Ablesungen der drei Instumente,

n_p und n_s die Zahl der primären und sekundären Windungen des Transformators,

w_p und w_s die Widerstände des primären und sekundären Kreises in Ohm, so ist die Stromleistung in der primären Rolle

$$L_p = w_p\, a_p{}^2 + \frac{n_p}{n_s} w_s\, a_{ps}{}^2 \text{ Watt,}$$

vorausgesetzt, dass keine magnetische Streuung (24.) stattfindet. Die durch Erwärmen des Eisenkerns verlorene Arbeit ist in der *sec*

$$w_s \left(\frac{n_p}{n_s} a_{ps}{}^2 - a_s{}^2\right)$$

und der Nutzeffect des Transformators, wenn

w'_s der äussere Widerstand des sekundären Kreises

$$\frac{w_s'\, a_s{}^2}{w_p\, a_p{}^2 + w_s \frac{n_p}{n_s} a_{ps}{}^2}.$$ Ferraris.

Vergl. auch Blakesley (a, b), Ayrton (e), Perry (b).

Kapitel 5.

Konstanten von Stromkreisen und Drahtspulen.

---

1. Geometrische Ausmessung von Spulen mit Kreiswindungen und rechteckigem Windungsquerschnitt.

152. Es bezeichne im Folgenden:

r_0 den inneren Halbmesser der Windungen,

$r_1\, r_2 \ldots r_p$ die äusseren Halbmesser der einzelnen Lagen,

$h = r_p - r_0$ die radiale Höhe des Windungsquerschnitts,

b die axiale Breite desselben,

N die gesamte Windungszahl,

p die Anzahl der Lagen,

$n = N/p$ die mittlere Zahl der Windungen in jeder Lage,

$n + \nu_1,\; n + \nu_2 \ldots n + \nu_p$ die Windungszahl der einzelnen Lagen,

δ die Dicke des Drahtes mit Bespinnung,

l die gesamte Länge des aufgespulten Drahtes,

so ist der mittlere Halbmesser der Windungen:

$$r = \frac{n(r_1 + r_2 + \ldots + r_p) + \nu_1 r_1 + \nu_2 r_2 + \ldots + \nu_p r_p}{N} - \frac{\delta}{2}$$

oder

$$= \frac{l}{2\pi N}\left(1 - \frac{b^2}{8\pi^2 n^2 r^2}\right),$$

falls das Quadrat des Korrektionsgliedes in der Klammer vernachlässigt werden kann, ferner ist die Windungsfläche oder die Summe der Projektionen der von den einzelnen Windungen

umschlossenen Flächen auf eine zur Axe der Rolle senkrechte Ebene:

$$f = \frac{\pi N}{3} \frac{r_1^3 - r_0^3}{r_1 - r_0}$$

$$= \pi N r^2 \left(1 + \frac{1}{12} \frac{h^2}{r^2} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\right)$$

und endlich die Galvanometerkonstante (95. 96.)

$$G = \frac{2\pi N}{r} \left(1 + \frac{1}{12} \frac{h^2}{r^2} - \frac{1}{8} \frac{b^2}{r^2} + \frac{3}{16} \frac{\lambda^2}{r^2}\right),$$

wenn λ der Polabstand der Magnetnadel, und h^4, b^4 und λ^4 gegen r^4 zu vernachlässigen sind.

Die Durchmesser $2r_0$, $2r_1 \ldots 2r_p$ bestimmt man:

1. Mit dem Kathetometer (oder Komparator) am besten mit zwei Fernrohren mit verschiebbaren Fadenkreuzen, die mit genau parallelen Axen ungefähr in den zu messenden Abstand gebracht werden; in die genaue Sehweite derselben werden durch Verschiebung abwechselnd ein Normalmaassstab und die demselben parallelen Durchmesser der Spule gebracht, und die kleinen Unterschiede der Durchmesser gegen den Abstand zweier Teilstriche durch die verschiebbaren Fadenkreuze gemessen. Die Durchmesser werden an verschiedenen Stellen in gleichen Abständen längs der Axe und in drei um 60° gegeneinander geneigten Richtungen bestimmt, und das Mittel genommen. Für geeignete Beleuchtung bei der Einstellung ist zu sorgen; Aufsetzen von Papierstreifen mit axial liegender Kante erleichtert dasselbe. Durch Aufwinden weiterer Windungslagen werden die unteren zusammengedrückt, und die Messungen unsicher gemacht.

Zur Bestimmung des mittleren Halbmessers eines dicken Metallringes (einer Tangentenbussole) werden zweckmässig auf den Seitenflächen desselben mittels eines geeigneten winkelförmigen Instrumentes Marken in gleichem Abstand von den Rändern eingeritzt, auf welche man einstellen kann.

2. Aus der Länge des aufgewundenen Drahtes und der Windungszahl für jede Windungslage ergiebt sich der äussere Durchmesser derselben.

$$r_1 = \frac{l}{2\pi (n + \nu_1)} \left(1 - \frac{b^2}{8\pi^2 n^2 r_1^2}\right) + \frac{\delta}{2} \text{ u. s. f.}$$

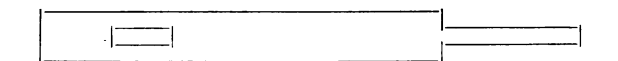
Hierbei ist darauf zu achten, dass der Draht bei der gleichen Spannung gemessen wird, unter der man ihn aufwindet; am besten geschieht dies während des Aufwickelns mit Hülfe geeigneter auf dem Draht angebrachter Marken.

3. Aus dem mit einem dünnen Stahlband oder Papierstreifen gemessenen Umfang u_1 ergiebt sich

$$r_1 = \frac{u_1}{2\pi} - \frac{\delta'}{2},$$

wo δ' die Dicke des Stahlbandes oder die doppelte Dicke des Papierstreifens. Das Band wird an verschiedenen Stellen um die Windungen gelegt, durch Gewichte angespannt, an den übereinander greifenden Stellen die Länge des Umfangs durch feine Striche oder Nadelstiche bezeichnet und auf dem unter gleicher Belastung gerade gespannten Bande nachgemessen. Bequem geschieht dies durch Auflegen einer Millimeterglasskale so, dass die Teilstriche am Bande anliegen.

Zuschneiden der Bänder in nachstehender Weise erleichtert



das gleichmässige Umlegen, Himstedt (b). Papierstreifen müssen sofort nach dem Umlegen nachgemessen werden, da sich ihre Länge mit der Zeit durch Feuchtigkeit merklich ändert.

---

2. Galvanische Ausmessung von Stromspulen.

153. Vergleichung der Galvanometerkonstanten, Bosscha (a). Die Ergebnisse geometrischer Ausmessung von Spulen und ihre Anwendung für galvanische Messungen sind bei aller Sorgfalt nicht völlig zuverlässig und einwurfsfrei und sollten stets durch galvanische Vergleiche geprüft werden. Die galvanische Ausmessung beruht auf der Vergleichung der elektromagnetischen Wirkung der Stromspule auf einen Magnet mit der einer Normalrolle oder besser der einer Tangentenbussole mit einfachem Reif oder einer Windungslage. Dieselbe liefert auch das Mittel zur Bestimmung der Galvanometer-

konstanten von Spulen beliebiger Windungsform (Multiplikatoren) in folgender Weise.

Man zentriert die Rollen, deren Windungsebenen in den magnetischen Meridian gebracht werden, und hängt in ihren gemeinsamen Mittelpunkt eine Magnetnadel auf. Ein konstanter Strom wird zwischen beiden unter Zuschaltung geeigneter Widerstände derart verzweigt, dass bei entgegengesetzter Richtung in beiden Rollen die Wirkung auf die Magnetnadel nahezu verschwindet.

Man beobachtet die Ausschläge, welche diesem Unterschied, wie auch der Summe der Stromwirkung beider Rollen entsprechen, unter abwechselndem Stromwenden in einer und in beiden Rollen mittels zweier Umschalter nach folgendem leicht verständlichen Schema, wobei + die eine, — die andere Stellung jedes Umschalters bezeichnen:

1+	1+	1—	1—	1—	1+	1+
2+	2—	2+	2—	2+	2—	2+

Die zusammengehörigen Stellungen stehen vertikal übereinander. Stromschwankungen und Deklinationsänderungen haben dann nur geringen Einfluss auf die Messung.

Es seien

G_1 und G_2 die Galvanometerkonstanten,

w_1 und w_2 die Widerstände der beiden Zweige,

x_1 und x_2 die mittleren Ausschläge, oder die Unterschiede der Einstellung beim Stromwenden für die Summe und den Unterschied der Stromwirkungen beobachtet mit Spiegel und Skale im Abstande a,

so ist

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{w_1}{w_2} \frac{x_1 \pm x_2}{x_1 \mp x_2} \left(1 \pm \frac{1}{8} \frac{x_1 x_2}{a^2}\right).$$

Es gilt das obere oder untere Vorzeichen, je nachdem $G_1 w_2 \gtrless G_2 w_1$ ist, oder je nachdem die Stromwirkung von Rolle 1 grösser oder kleiner, als die von Rolle 2. Vergl. F. Kohlrausch (u), Dorn (b).

Hieraus ist auch bei Rollen mit Kreiswindungen und rechteckigem Windungsquerschnitt mit Hülfe des im vorigen Abschnitt gegebenen Ausdrucks für G das Verhältnis der

mittleren Halbmesser zu ermitteln, falls die Windungszahl, die Querschnittdimensionen und der Polabstand der Magnetnadel bekannt sind.

Das Verhältnis w_1/w_2 wird zweckmässig ermittelt, indem man grosse nach **109**. eingerichtete Widerstände zuschaltet, gegen welche die der Rollen selbst verschwinden. Ist dies nicht möglich, so schaltet man die beiden Rollen in zwei Zweige *1* und *2* einer W-Brücke (**118** ff.) ein (Fig. 5) unter Zuschaltung passender Rheostatenwiderstände, in die beiden anderen Zweige aber Widerstände von genau bestimmbarem Verhältnis (**109**.), und gleicht auf Stromlosigkeit der Brücke ab; für das Verhältnis w_1/w_2 setzt man dann das Verhältnis w_3/w_4. Braucht man zur galvanischen Vergleichung stärkere Ströme (bei kleinen Galvanometerkonstanten), so nimmt man diese und die Widerstandsvergleichung abwechselnd vor und ersetzt bei der ersteren den Galvanometerzweig durch einen Kurzschluss mit der Stromableitung.

Ändert man die Widerstände beider Zweige erheblich (etwa um das 100fache) ab, so giebt die Übereinstimmung der galvanischen Vergleichungen der Rollen für die verschiedenen Widerstände eine Probe auf gute Isolierung derselben. Rayleigh (f).

Entbehrlich wird die wegen Stromwärme etwas unsichere Widerstandsvergleichung, wenn nahezu $G_1 = G_2$ ist, dann sendet man einen Strom durch beide Rollen hintereinander und rechnet nach obiger Formel unter Weglassung des Faktors w_1/w_2. In diesem Fall ist die Vergleichung sehr einfach und ausserordentlich genau, auf mehr als ein Zehntausendstel, zu erhalten.

Der kleine Einfluss von Orientierungsfehlern der Rollen gegeneinander und gegen die Magnetnadel ist nach **76**. leicht zu berechnen.

Gleiche Rollen werden aufeinander gelegt und die Magnetnadel in ihre gemeinsame Mittelebene gebracht.

Bei nicht zentrierbaren Rollen kann man jede mit einer eigenen Magnetnadel versehen und nach **76**. verfahren. Zur Ermittelung des Verhältnisses der Galvanometerkonstanten sind dann noch das Verhältnis der Horizontalintensitäten des Erd-

magnetismus an den Orten der beiden Magnetnadeln (70.), die Torsionskoëffizienten (61.), und die Korrektionen wegen Inkonstanz der Galvanometerfunktion (97_4.) zu bestimmen.

Sind H_1/H_2, Θ_1, Θ_2, $1 - g_1\,\alpha_1^2$, $1 - g_2\,\alpha_2^2$ diese Grössen, α_1 und α_2 die Winkelausschläge der beiden Nadeln, so ist

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{w_1}{w_2}\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\alpha_2} \cdot \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{1+\Theta_1}{1+\Theta_2} \cdot \frac{1-g_2\,\alpha_2^2}{1-g_1\,\alpha_1^2}.$$

Ausserdem ist ein etwaiger gegenseitiger Einfluss der beiden Systeme in Rücksicht zu ziehen. F. Kohlrausch (u).

154. Galvanische Bestimmung der Windungsfläche einer Drahtspule.

1. Methode von F. Kohlrausch (h). Man stellt die Windungsebene in den magnetischen Meridian und lässt die Spule aus einem gegen ihren Halbmesser grossen Abstand auf die in gleicher Höhe mit ihrem Mittelpunkt befindliche Nadel einer Tangentenbussole in 1. oder 2. Gauss'scher Hauptlage (63.) einwirken, wobei der gleiche Strom durch die Spule und die Tangentenbussole einmal in gleicher, dann in entgegengesetzter Richtung geführt wird.

Um die Schwierigkeit zu vermeiden, die in der genauen Bestimmung des Abstandes zwischen Magnet und Spulenmittelpunkt liegt, verfährt man ähnlich, wie (63.) angegeben. Die Bussole wird nacheinander in zwei symmetrische Stellungen östlich und westlich (1. Hauptlage) oder nördlich und südlich (2. Hauptlage) von der Spule gebracht, und der Abstand beider Lagen bestimmt, wobei der Aufhängefaden der Magnetnadel ein geeignetes Einstellungsobjekt bildet. Die Ausschläge werden unter Stromwenden wie im vorigen Abschnitt bestimmt.

Man hat zwei Fälle zu unterscheiden: a. die axiale Länge der Spule ist klein gegen den Abstand von Spule und Bussole, b. beide sind von annähernd derselben Grössenordnung.

Es seien

r_0 und r_1 innerer und äusserer Halbmesser der Spule,
l ihre axiale Länge; eine angenäherte Kenntnis dieser Grössen für Korrektionsglieder genügt,
r der mittlere Halbmesser der Tangentenbussole (152.),

h und b radiale Höhe und axiale Breite ihres Windungsquerschnittes,

$\varepsilon = \frac{1}{12}\frac{h^2}{r^2} - \frac{1}{8}\frac{b^2}{r^2}$ (bei dickem Ring $^1/_6$ statt $^1/_{12}$),

η die Korrektion wegen der Zuleitung bei der Bussole (79$_1$.),

λ der Polabstand der gestreckten Magnetnadel (63.),

$\zeta = 0{,}19\,\frac{\lambda^2}{r^2}$,

e der Abstand zwischen den beiden symmetrischen Stellungen der Bussole,

x_1 und x_2 die mit Spiegel und Skale im Abstande a beobachteten Ausschläge der Magnetnadel, die der Summe und Differenz der Wirkungen von Spule und Bussole entsprechen,

$p = \frac{x_1 \pm x_2}{x_1 \mp x_2}\left(1 \pm \frac{x_1 x_2}{8a^2}\right)$, vergl. vor. Abschnitt,

so ist a) die Windungsfläche der kurzen Spule

$$f = \frac{\pi e^3}{8r}\,p\,\frac{1+\varepsilon+\eta+\zeta}{1+\delta},$$

wo bei Beobachtung aus 1. Hauptlage für δ zu setzen ist:

$$\delta_1 = \frac{1}{e^2}\left(2l^2 - 3\lambda^2 - \frac{18}{5}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\right) + \frac{1}{e^4}\left(3l^4 - 18l^2\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} + \frac{90}{7}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\right),$$

bei Beobachtung aus 2. Hauptlage

$$\delta_2 = -\frac{1}{e^2}\left(\frac{3}{2}l^2 - 6\lambda^2 - \frac{27}{10}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\right) + \frac{1}{e^4}\left(\frac{15}{8}l^4 - \frac{45}{4}l^2\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} + \frac{225}{28}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\right),$$

wenn λ^4 gegen e^4, und l^6 sowie $(r_1 + r_0)^6$ gegen e^6 vernachlässigt werden. Bei einem einfachen Solenoid vom mittleren Halbmesser r' ist

$$\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} = \frac{5}{3}r'^2, \quad \frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3} = \frac{7}{3}r'^4.$$

Verbindung zweier Beobachtungen aus 1. und 2. Hauptlage in Abständen vom Verhältnis $e_1/e_2 = \sqrt{^4/_3} = 1{,}155$ eliminiert das Korrektionsglied. Vergl. auch Quincke (b).

b) Die Windungsfläche langer Spulen ist bei Beobachtung aus 1. Hauptlage:

$$f = \frac{\pi(e^2 - l^2)^2}{8er} p \frac{1 + \varepsilon + \eta + \zeta}{1 + \delta_1},$$

worin

$$\delta_1 = -3 \frac{e^2 + l^2}{e^2 - l^2} \frac{\lambda^2}{e^2 - l^2} - \frac{18}{5} \frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} \frac{e^2 + l^2}{(e^2 - l^2)^2}$$
$$+ \frac{30}{7} \frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3} \cdot \frac{3e^4 + 10e^2 l^2 + 3l^4}{(e^2 - l^2)^4},$$

bei Beobachtung aus 2. Hauptlage

$$f = \frac{\pi(e^2 + l^2)^{3/2}}{4r} p \frac{1 + \varepsilon + \eta + \zeta}{1 + \delta_2},$$

worin

$$\delta_2 = \frac{12e^2 - 3l^2}{2(e^2 + l^2)} \frac{\lambda^2}{e^2 + l^2} + \frac{9}{10} \frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} \frac{3 - \frac{5l^2}{e^2 + l^2}}{e^2 + l^2}$$
$$+ \frac{15}{28} \frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3} \frac{15 - \frac{70l^2}{e^2 + l^2} + \frac{63l^4}{(e^2 + l^2)^2}}{(e^2 + l^2)^2}$$

bei Vernachlässigung weiterer Glieder.

Um in diesem Fall auch die Länge l der Spule aus den galvanischen Messungen zu ermitteln, stellt man Beobachtungen aus zwei Abständen e und e' an, die möglichst verschieden zu wählen sind, so dass einmal die Wirkung des Solenoids, das andere mal die der Bussole auf die Magnetnadel überwiegt.

Es seien für den Abstand e': p', δ_1' und δ_2' die den Werten p, δ_1, δ_2 beim Abstande e entsprechenden Grössen, so ist für erste Hauptlage:

$$l = \sqrt{\frac{q_1 e^2 - e'^2}{q_1 - 1}}, \text{ wo } q_1 = \frac{p}{p'} \frac{e'}{e} \frac{1 + \delta_1'}{1 + \delta_1},$$

für zweite Hauptlage

$$l = \sqrt{\frac{e'^2 - q_2 e^2}{q_2 - 1}}, \text{ wo } q_2 = \left(\frac{p}{p'} \frac{1 + \delta_2'}{1 + \delta_2}\right)^{2/3}.$$

Heydweiller (b).

Der Einfluss von Orientierungsfehlern ist nach den Angaben **76.** zu berechnen. Sind wegen nicht ganz symmetrischer Aufstellung die für die beiden Stellungen der Bussole erhal-

tenen Werte p_1 und p_2 von p um einige Prozente verschieden, so hat man statt des arithmetischen Mittels zu setzen

$$p = \frac{p_1 + p_2}{2}\left(1 - \frac{2}{3}\left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}\right)^2\right).$$

2. Methode von Himstedt (b). Dieselbe ist nur auf leichtere Spulen von nicht zu grosser Windungsfläche anwendbar. Die Spule und ein einfacher genau ausgemessener Drahtkreis werden zusammen an einer Bifilaraufhängung so angebracht, dass ihre Axen senkrecht zum magnetischen Meridian stehen, und derselbe Strom durch beide hintereinander in abwechselnd gleicher und entgegengesetzter Richtung geschickt. Sind x_1 und x_2 die nach Vorschrift des vorigen Abschnitts zu erhaltenden Ausschläge, mit Spiegel und Skale im Abstand a beobachtet, r der Halbmesser des Drahtkreises, so ist die Windungsfläche der Spule:

$$f = \pi r^2 \frac{x_1 \pm x_2}{x_1 \pm x_2}\left(1 \pm \frac{1}{8}\frac{x_1 x_2}{a^2}\right).$$

155. Isolierung von Drahtspulen. Die galvanische Ausmessung der Spulen giebt namentlich, wenn sie bei verschiedenen Stromstärken unter sich und mit der geometrischen Ausmessung übereinstimmende Resultate liefert, eine Probe auf gute Isolierung der einzelnen Windungen von einander.

Bei bifilar gewickelten Spulen kann die Isolierung zwischen den beiden mit einander aufgewundenen Drähten direkt geprüft werden dadurch, dass auch eine starke Säule zwischen ihnen keinen merklichen Strom erzeugt, so lange ihre Enden nicht verbunden sind.

Ein weiteres Prüfungsmittel bietet die Anwendung der Induktionswage (**126.**), Rayleigh (f). Die zu untersuchende Spule wird zwischen zwei Rollen der Induktionswage gebracht, und dieselbe auf Gleichgewicht eingestellt, wenn die Enden der Rolle isoliert sind. Verbindet man nun die letzteren durch einen grossen Widerstand von einigen Megohm und erhält dann einen wesentlichen Unterschied der Einstellung, der ein vermehrtes Leitungsvermögen anzeigt, so ist die Isolierung als genügend zu betrachten. Dabei ist vorausgesetzt, dass die Fassung der Spule nicht einen leitenden Kreis von geringem Widerstand bilde.

3. Berechnung der Induktionskoëffizienten von Leitern aus geometrischen Ausmessungen.

156. Berechnung gegenseitiger Induktionskoëffizienten, G. I. C., (23.). Werden die Längen alle in *cm* ausgedrückt, so erhält man auch die I. C. in solchen, Division durch 10^9 ergiebt sie in Quadranten (43.).

1. Zwei konaxiale Kreise.

r_1 und r_2 die Radien,

a der Abstand ihrer Ebenen,

G. I. C. $$p_{12} = 4\pi \sqrt{r_1 r_2}\, f(\gamma),$$
worin
$$\gamma = arcsin \frac{2\sqrt{r_1 r_2}}{\sqrt{(r_1 + r_2)^2 + a^2}},$$
$$f(\gamma) = \left(\frac{2}{sin\,\gamma} - sin\,\gamma\right) F(\gamma) - \frac{2}{sin\,\gamma} E(\gamma)$$
und $F(\gamma)$ und $E(\gamma)$ die vollständigen elliptischen Integrale erster und zweiter Gattung mit dem Modul $sin\,\gamma$.

Die Werte von $lg\,f(\gamma)$ für eine Reihe von Werten des Arguments γ giebt Tabelle 6.

2. Zwei konaxiale flache Spulen.

h_1 und h_2 die radialen Höhen,

b_1 und b_2 die axialen Breiten der Windungsquerschnitte,

n_1 und n_2 die Windungszahlen,

a der Abstand der mittleren Windungsebenen.

Man berechnet folgende Werte der Funktion
$$\varphi(r_1 r_2 a) = \sqrt{r_1 r_2}\, f(\gamma) \quad \text{s. oben,}$$
$$\varphi_1 = \varphi\left(r_1 + \frac{h_1}{2}, r_2, a\right) \qquad \varphi_5 = \varphi\left(r_1, r_2, a + \frac{b_1}{2}\right)$$
$$\varphi_2 = \varphi\left(r_1 - \frac{h_1}{2}, r_2, a\right) \qquad \varphi_6 = \varphi\left(r_1, r_2, a - \frac{b_1}{2}\right)$$
$$\varphi_3 = \varphi\left(r_1, r_2 + \frac{h_2}{2}, a\right) \qquad \varphi_7 = \varphi\left(r_1, r_2, a + \frac{b_2}{2}\right)$$
$$\varphi_4 = \varphi\left(r_1, r_2 - \frac{h_2}{2}, a\right) \qquad \varphi_8 = \varphi\left(r_1, r_2, a - \frac{b_2}{2}\right)$$
und setzt

$$\varphi' = \frac{1}{6}\left\{\sum_1^8 \varphi_n - 2\varphi\right\},$$

so ist

$$M = 4\pi\, n_1\, n_2\, \varphi'.$$

Maxwell (c), J. Fröhlich.

Hierbei sind die 4. Differentialquotienten von φ vernachlässigt, was für kleine a und für nahe gleiche Halbmesser r_1 und r_2 nicht zulässig ist.

Für eng übereinander liegende Rollen hat Himstedt (e) genauere Formeln angegeben; für solche wird M zwar besonders gross, aber auch im hohen Grade abhängig von kleinen Änderungen der Radien und des Abstandes, sodass kleine Fehler bei der Bestimmung derselben grosse Fehler in M bedingen.

Bei geeigneter Wahl der Verhältnisse von r_1, r_2 und a kann man es dagegen erreichen, dass M nur in geringem Maasse von dem Radius der grösseren Rolle abhängt; legt man die kleinere symmetrisch zwischen zwei gleiche grössere, so kann man den I. C. der letzteren auf die erstere auch nahe unabhängig von kleinen Änderungen von a machen.

Der G. I. C. zweier gleichen Rollen in einem kleinen Abstand ihrer Mittelebene, der aber grösser ist, als die Diagonale des Windungsquerschnitts, ist:

$$p_{12} = 4\pi\, r n^2 \left\{ lgn\frac{8r}{a} - 2 + \frac{1}{12}\frac{b^2 - h^2}{a^2} + \frac{2b^4 + 2h^4 - 5b^2 h^2}{120a^4} + \right.$$
$$+ \frac{3b^6 - 7b^4 h^2 + 7b^2 h^4 - 3h^6}{504a^6} + \left(lgn\frac{8r}{a} - 2\right)\left(\frac{3b^2 + h^2 + 18a^2}{96r^2} - \right.$$
$$\left.\left. - \frac{15a^4}{1024r^4}\right) + \frac{7b^2 + 23h^2 + 60a^2}{192r^2} - \frac{29a^4}{2048r^4}\right\}.$$ Stefan (a),

bei Vernachlässigung von b^8/a^8, h^8/a^8, a^6/r^6, b^4/r^4, h^4/r^4. Weitere Formeln vergl. Weinstein (a), Jones (a).

Die Unsicherheit in dem Wert von M, der durch Unkenntnis der genauen Lage der mittleren Windungsebene entsteht, umgeht man, indem man die Rollen stets in zwei Lagen unter Umlegen beider bei gleichem Abstand benutzt. Das berechnete M entspricht dann genau dem Mittelwert für die beiden Lagen.

3. Eine lange Spule mit einer Windungslage und eine weitere konzentrische und konaxiale flache Spule. Es sei

r_1 der mittlere Halbmesser,
l die Länge,
n_1 die Windungszahl der langen Spule,
r_2 der mittlere Halbmesser,
h die radiale Höhe,
b die axiale Breite des Windungsquerschnitts,
n_2 die Windungszahl der weiten Spule,

so ist der G. I. C.

$$p_{12} = \frac{4\pi^2 r_1^2 n_1 n_2}{l} \left\{ 1 + S_1 + \frac{1}{12}(b^2 S_2 + h^2 S_3) + \dots \right\},$$

wo

$$S_1 = \left(\frac{l}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}} - 1 \right) + \frac{6r_1^2 r_2^2 l}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,5}} + \frac{20r_1^4 r_2^2 l (3r_2^2 - l^2)}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,9}} + \dots$$

$$S_2 = - \frac{24l r_2^2}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,5}} \left\{ 1 + \frac{10r_1^2 (3r_2^2 - l^2)}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,4}} + \frac{70r_1^4 (10r_2^4 - 10l^2 r_2^2 + l^4)}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,8}} + \dots \right\},$$

$$S_3 = \frac{2l}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,5}} \left\{ 8r_2^2 - l^2 + \frac{3}{4} \frac{r_1^2 (l^4 - 84l^2 r_2^2 + 96r_2^4)}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,4}} + \frac{5}{2} \frac{r_1^4 (720r_2^6 - 790r_2^4 l^2 + 100r_2^2 l^2 - l^6)}{\sqrt{l^2 + 4r_2^2}^{\,8}} \right\} + \dots$$

Bei einer axialen Verschiebung der Rollen aus der Zentralstellung um die kleine Strecke a erhält man p_{12}, indem man in obigem Ausdruck an Stelle von $b^2 S_2$ setzt: $(b^2 + 12a^2) S_2$. Himstedt (d).

4. Eine lange Spule mit einer Windungslage und ein engerer konaxialer Kreis im Innern derselben.

r_1 Halbmesser,
l Länge,
n Windungszahl des Solenoids,
r_2 Halbmesser des Kreises,
a_1 und $a_2 = l - a_1$ Abstände seiner Ebene von den Endflächen des Solenoids.

G. I. C. $$p_{12} = \frac{2\pi^2 n r_2^2}{l} (Q_{a_1} + Q_{a_2}), \quad \text{wo}$$

$$Q_a = \frac{a}{\sqrt{a^2 + r_1^2}} \left\{ 1 + \frac{3}{8} \frac{r_1^2 r_2^2}{(a^2 + r_1^2)^2} + \frac{5}{16} \frac{r_1^4 r_2^4}{(a^2 + r_1^2)^4} \left(\frac{7}{4} - \frac{a^2 + r_1^2}{r_1^2} \right) \right.$$
$$\left. + \frac{35}{128} \frac{r_1^6 r_2^6}{(a^2 + r_1^2)^6} \left(\frac{33}{8} - \frac{9}{2} \frac{a^2 + r_1^2}{r_1^2} + \frac{(a^2 + r_1^2)^2}{r_1^4} \right) + \dots \right.$$

Lorenz (b).

157. Berechnung von Selbstinduktionskoëffizienten. S. I. C. (23.)

1. Gerader Draht.

l die Länge, d die Dicke,

S. I. C. $$p = 2l \left\{ \lg n \frac{4l}{d} - 0{,}75 + \frac{k-1}{2} \right\},$$

wo k eine unbekannte Konstante, die nach Neumann $+1$, nach Maxwell 0, nach W. Weber -1 ist.

Für schnelle Stromänderungen ist an Stelle von $0{,}75$: 1 zu setzen, Poincaré.

2. Zwei parallele Drähte.

l ihre Länge, d_1 und d_2 die Dicken, a der Abstand ihrer Axen.

S. I. C. $$p = 2l \left(\lg n \frac{4a^2}{d_1 d_2} + 0{,}5 \right).$$

Der kleinstmögliche Wert von p für $a = d_1 = d_2$ ist: $p_{min} = 3{,}773\ l$.

3. Einfacher Drahtkreis.

r Radius des Kreises, d Dicke des Drahtes.

S. I. C. $$p = 4\pi r \left\{ 0{,}57944 + \lg n \frac{2r}{d} - \frac{d}{r} - \frac{d^2}{96 r^2} - \frac{d^3}{384 r^3} - \dots \right\}.$$

Bláthy.

4. Kurze weite Rolle.

r mittlerer Halbmesser (152.),
b axiale Breite,
h radiale Höhe des Windungsquerschnitts,
n Windungszahl,
d Dicke des Drahtes mit Isolierung,
d_0 Dicke des nackten Drahtes.

Gleichmässige Wickelung vorausgesetzt, ist der S. I. C.

$$p = 4\pi rn^2 \left[\left(1 + \frac{3b^2 + h^2}{96r^2}\right) lgn \frac{8r}{\sqrt{b^2 + h^2}} - y_1 + \frac{b^2}{16r^2} y_2 + \frac{1}{n} lgn \frac{d}{d_0} + \frac{1}{n} 0{,}15494\right],$$

worin

$$y_1 = \frac{2h}{3b} arctg \frac{b}{h} + \frac{2b}{3h} arctg \frac{h}{b} - \frac{h^2}{6b^2} lgn \frac{\sqrt{b^2+h^2}}{h} - \frac{b^2}{6h^2} lgn \frac{\sqrt{b^2+h^2}}{b} - \frac{1}{12},$$

$$y_2 = \frac{23}{40} + \frac{221}{360} \frac{h^2}{b^2} - \frac{1}{30} \frac{h^4}{b^4} lgn \frac{\sqrt{b^2+h^2}}{h} + \frac{1}{6} \frac{b^2}{h^2} lgn \frac{\sqrt{b^2+h^2}}{b} - \frac{8}{15} \frac{b}{h} arctg \frac{h}{b}$$

Stefan (a), vergl. auch Maxwell (a), Rayleigh (b).

y_1 und y_2 hängen nur von dem Verhältnis h/b ab und sind für eine Reihe von Werten von h/b in Tab. 7 nach Berechnungen von Stefan (a) zusammengestellt.

5. Sehr lange Rolle. Für den S. I. C. von Rollen, die so lang sind, dass eine weitere Verlängerung am einen Ende das magnetische Feld am anderen nicht merklich beeinflusst, giebt Perry (a) die empirische Näherungsformel:

$$p = \frac{4\pi n^2 r^2}{0{,}2317r + 0{,}39h + 0{,}44b} \, cm,$$

$$= \frac{n^2 r^2}{0{,}01844r + 0{,}031h + 0{,}035b} \, cm.$$

6. Ringförmiges Solenoid.

r der Halbmesser der Windungen,
R der Halbmesser der Solenoidaxe,
n die Windungszahl,

S. I. C. $\qquad p = 2\pi n^2 \left\{ R - \sqrt{R^2 - r^2} \right\}.$

Vielfach geben die Formeln keine sehr genauen Werte, weil die wirklichen Bedingungen den der Berechnung zu Grunde liegenden theoretischen wenig entsprechen.

Die Einführung von massiven weichen Eisenkernen in längere Spulen, deren Höhlung sie ganz ausfüllen, vergrössert den S. I. C. etwa um das Zehnfache, Ledeboer, doch ist diese Angabe nur als Grössenordnung aufzufassen, um so mehr, als der S. I. C. bei Anwesenheit von Eisenkernen keine Konstante, sondern von der Stromstärke abhängig ist.

Zu bemerken ist, dass die I. C. durch die Nähe von Metallmassen (massive Spulenfassungen, Dämpfer) unter Umstän-

den erheblich beeinflusst werden können; die Metallfassungen von Spulen, die zu absoluten Messungen mit periodischen Strömen Verwendung finden, sollten daher nie einen geschlossenen leitenden Kreis bilden, sondern immer aus zwei durch isolierende Zwischenschichten getrennten Hälften bestehen.

---

4. Experimentelle Bestimmung von Induktionskoëffizienten.

158. Allgemeines. I. C. haben in e. m. M. Einheiten die Dimension einer Länge. Dieselbe Dimension haben in e. m. M. (**41.**) die Produkte aus Widerstand und Zeit $w \cdot t$, Quadrat des Widerstandes und Kapazität $w^2 \cdot c$, und der Quotient aus Quadrat der Zeit und Kapazität t^2/c.

Man kann daher I. C. zurückführen:

1. auf einen anderen in c. g. s. Einheiten bekannten I. C., etwa den berechneten S. I. C. einer Normalrolle oder den G. I. C. zweier Rollen,

2. auf einen in absoluten c. g. s. Einheiten bekannten Widerstand und eine Zeit,

3. auf in absoluten c. g. s. Einheiten bekannten Widerstand und ebensolche Kapazität,

4. auf in absoluten c. g. s. Einheiten bekannte Kapazität und eine Zeit.

Man erhält aus diesen Vergleichungen die I. C. in c. g. s. Einheiten. Drückt man den Widerstand in Ohm, die Kapazität in Farad, die Zeit in Sekunden aus, so erhält man die I. C. in Quadranten, wobei darauf zu achten, ob wahre oder legale Ohm zu Grunde gelegt sind (**43.**).

Wir setzen im Folgenden meist voraus, dass die Kapazität der Rollen gegen die Induktion zu vernachlässigen sei (**33.**), was bei unifilar gewickelten Rollen bis zu einigen Hundert Ohm Widerstand ohne Weiteres gestattet ist.

Bei allen Bestimmungen ist darauf zu achten, dass die Ströme in den Rollen, deren I. C. zu bestimmen sind, bei Benutzung eines Galvanometers keine störende Wirkung auf die Magnetnadel desselben ausüben. Am besten stellt man sie mit vertikaler Axe in gleicher Höhe mit der Magnetnadel oder in sehr grosser Entfernung von derselben auf.

159. Vergleichung zweier S. I. C., Maxwell (c). Die zu vergleichenden Induktionswiderstände werden in zwei Zweige *1* und *2* einer W-Brücke (**118.**), Fig. 1 (p. 4) eingeschaltet; in *3* und *4* induktionsfreie Widerstände (**107.**). Man nimmt eine doppelte Abgleichung durch Veränderung der Widerstände aller Zweige vor, sodass das Galvanometer weder für konstanten Strom noch bei Öffnen und Schliessen einen Ausschlag giebt. Es ist dann das Verhältnis der S. I. C. in *1* und *2*:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}.$$

Vorausgesetzt ist hier, wie auch im Folgenden, dass die Rollen keine merkliche gegenseitige Induktion haben, was durch geeignete Stellung (senkrechte Axen oder grosse Entfernung) zu erreichen ist. Auch ist die Nähe grösserer Metallmassen zu vermeiden (**157.**).

Die genaue doppelte Abgleichung ist mühsam und geschieht am besten mit Hülfe zweier Brückendrähte von bekanntem Widerstand (**119$_2$.**), mit Schleifkontakten zwischen *1* und *2*, bez. *3* und *4*, sodass man zuerst für konstante Ströme abgleicht, sodann unter möglichster Beibehaltung des Widerstandsverhältnisses für Stromunterbrechung.

Man kann bei dieser und den folgenden Methoden die Messung erheblich verfeinern durch Anwendung periodischer Ströme. Man benutzt dann in der Brücke entweder ein Galvanometer mit Disjunktor, der nur die Öffnungs- oder die Schliessungsströme durch ersteres schickt, oder einfacher ein Dynamometer oder Telephon. Namentlich mit dem optischen Telephon von M. Wien (c) (**122.**), gestaltet sich die Einstellung einfach; man verschiebt erst den einen Schleifkontakt bis zum Minimum des Ausschlags, dann den zweiten, dann wieder den ersten u. s. f. bis die vollständige Stromlosigkeit der Brücke (Ausschlag null) erreicht ist.

Die Bedingungen grösster Empfindlichkeit bei Messung von Induktionswiderständen mit periodischen Strömen in der W-Brücke sind die gleichen, wie die für konstante Ströme (**118.**), nur sind statt der wahren Widerstände die scheinbaren in die Formeln einzusetzen (**27.**).

160. Vergleichung eines S. I. C. und eines G. I. C., Maxwell (c). Bequemer ist es, den S. I. C. einer Rolle *I* zu vergleichen mit dem durch Abstandsänderung zu justierenden G. I. C. der Rolle *I* auf eine andere Rolle *II*.

Man schaltet Rolle *I* in den Seitenzweig *1* der W-Brücke, Rolle *II* in den Diagonalzweig *6* zu der Stromquelle, Fig. 41, so ein, dass der Strom sie in entgegengesetzter Richtung durchfliesst. Man gleicht erst die Widerstände, von denen w_2, w_3, w_4 wieder induktionsfrei sein müssen, für konstanten Strom ab und reguliert dann den Abstand von *I* und *II*, bis auch für intermittierenden der Diagonalzweig *b d* stromlos bleibt. Ist dann p_{12} der G. I. C. der Rollen *I* und *II*, so ist der S. I. C. von *I*:

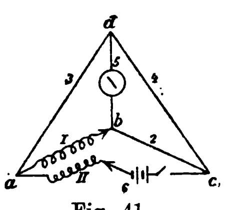


Fig. 41.

$$p_1 = \left(1 + \frac{w_1}{w_3}\right) p_{12} = \left(1 + \frac{w_2}{w_4}\right) p_{12}.$$

p_{12} seinerseits lässt sich durch Vergleich mit dem G. I. C. zweier Normalrollen nach der im folgenden Abschnitt beschriebenen Methode bestimmen.

Anstatt p_{12} abzuändern, kann man auch bei überwiegender Wirkung von p_1 auf das Galvanometer einen Zweigwiderstand w_s zwischen die Punkte *a* und *c* legen und diesen so abgleichen, dass die Induktionsströme in der Brücke verschwinden. Es ist dann:

$$p_1 = \left(1 + \frac{w_2}{w_4} + \frac{w_1 + w_2}{w_s}\right) p_{12}.$$

Periodische Ströme können wie im vorigen Abschnitt mit Vorteil angewandt werden.

161. Vergleichung zweier G. I. C., Maxwell (c). Die induzierenden Rollen *I* und *III* werden unter Einschaltung einer Stromquelle zu einem primären Kreise verbunden; ebenso die induzierten Rollen *II* und *IV* mit veränderlichen Rheostatenwiderständen zu einem sekundären Kreise in solcher Weise, dass die Induktionsströme gleichgerichtet sind, Fig. 42. Der letztere wird durch eine Galvanometerbrücke in zwei Teile geteilt, und die Widerstände w_2 und w_4 beider Teile so abge-

glichen, dass der Brückenzweig bei intermittierenden Strömen im primären Kreise stromlos bleibt, dann verhalten sich die G. I. C. beider Systeme

$$\frac{p_{12}}{p_{34}} = \frac{w_2}{w_4}.$$

Um die Widerstände der sekundären Rollen zu eliminieren, kann man zwei Abgleichungen mit verschiedenen Widerständen w_2, w_4 und w_2', w_4' vornehmen; es ist dann auch

$$\frac{p_{12}}{p_{34}} = \frac{w_2' - w_2}{w_4' - w_4}.$$

$w_2' - w_2$ und $w_4' - w_4$ sind zugeschaltete Rheostatenwiderstände. Die Methode ist analog der (**140**$_4$.) zur Vergleichung konstanter E. M. K. — Periodische Ströme werden, wie **159**, angewandt.

Man kann auch die Anordnung Fig. 43 anwenden, bei welcher der primäre Kreis geteilt wird. Bei Stromlosigkeit des sekundären Kreises verhalten sich hier die G. I. C. wie die Widerstände der beiden Teile des primären Kreises. Foster (c).

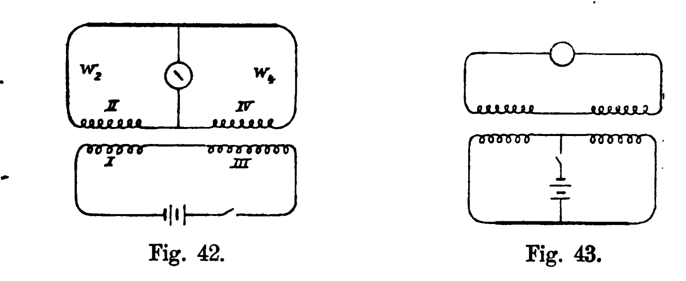


Fig. 42. Fig. 43.

162. Bestimmung von I. C. durch Widerstands- und Zeitmessung.

1. G. I. C. mit ballistischem Galvanometer. Die eine Rolle wird mit einer konstanten Stromquelle und einem geaichten Strommesser zu einem primären Stromkreis verbunden, die zweite mit einem ballistischen Galvanometer zu einem sekundären Kreis. Gemessen wird die Stromstärke im primären Kreis und die bei Öffnung desselben induzierte Elektricitätsmenge im sekundären nach **99**. Es sei

a_p der auf Proportionalität mit der Stromstärke korrigierte Ausschlag des Strommessers (**97.**),
R_p sein Reduktionsfaktor (95 ff.),
a_s der Impulsivausschlag des ballistischen Galvanometers auf den doppelten Sinus des halben Winkels reduziert (**99.**), Tab. 1.
R_s der Reduktionsfaktor des ballistischen Galvanometers (95 ff.),
t seine einfache Schwingungsdauer in *sec* ohne Dämpfung auf sehr kleine Schwingungen reduziert (50 ff.), Tab. 2.
$\varkappa$ der Dämpfungsfaktor (**99.**), Tab. 3.
w_s der Gesamtwiderstand des sekundären Kreises,

so ist der G. I. C. des Systems

$$p_{12} = \frac{R_s}{R_p} \cdot \frac{w_s\, t}{\pi} \cdot \frac{a_s}{a_p}\, \varkappa.$$

Über die Bestimmung von R_s / R_p vergl. **96**; über Fehlerquellen **99**; w_s in c. g. s. E. giebt p_{12} in solchen; w_s in wahren Ohm giebt p_{12} in Quadranten.

Zur Auswertung des Ausschlages des ballistischen Galvanometers kann man, wenn R_p bekannt ist, ähnlich wie **71.** verfahren; vergl. z. B. Bosanquet (Anwendung des Erdinduktors).

Die obige Methode ist von einer etwaigen Kapazität der Rollen unabhängig.

163. Bestimmung von S. I. C. durch Widerstands- und Zeitmessung. Methode von Maxwell (c).

Die Anordnung ist wie die von Fig. 41 mit Fortlassung von Rolle *II*; Rolle *I*, deren Selbstinduktion zu bestimmen ist, befindet sich im Zweige *1* der W-Brücke; die Widerstände der anderen Seitenzweige sind induktionsfrei; im Diagonalzweige *5* befindet sich ein empfindliches ballistisches Galvanometer. Nach erfolgter Abgleichung bei konstantem Strom wird derselbe geöffnet oder geschlossen oder auch gewendet und der Impulsivausschlag des Galvanometers beobachtet. Sodann wird der Widerstand des Zweiges *1* um einen kleinen Bruchteil geändert und die entsprechende Änderung der Galvanometereinstellung bei konstantem Strom beobachtet. Ist

α_1 der Impulsivausschlag des Galvanometers bei Stromschluss oder -unterbrechung, bez. die Hälfte des Ausschlags bei Stromwenden auf den doppelten Sinus des halben Winkels reduziert (**99.**), Tab. 1,

α_2 die Änderung der Galvanometereinstellung bei Änderung von w_1 um δw_1, auf Proportionalität mit der Stromstärke reduziert (**97.**),

t die einfache Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel auf sehr kleine Schwingungen reduziert (**50** ff.), Tab. 2,

$\varkappa$ der Dämpfungsfaktor (**99.**), Tab. 3,

so ist der S. I. C. von *I*

$$p_1 = \frac{\delta w_1}{\pi} t \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \varkappa.$$

Anstatt w_1 kann man auch w_3 um δw_3 ändern und hat dann in vorstehender Formel an Stelle von δw_1 zu setzen $\delta w_3\, w_1/w_3 = \delta w_3\, w_2/w_4$.

Wegen Änderung der Widerstände und der E. M. K. der Stromquelle müssen die Beobachtungen in schnellem Wechsel wiederholt werden. Vergl. Rayleigh (b, c).

Die obige Formel setzt voraus, dass die Stromstärke im Zweige *1* durch die Änderung δw_1 bez. δw_3 nicht merklich geändert werde; um α_2 aber einen gut messbaren Wert zu geben, dürfen diese Änderungen nicht zu klein sein, so dass die vorstehende Bedingung nicht mit ausreichender Genauigkeit erfüllt ist.

Bei kleinem Widerstand der Stromquelle und grossem Galvanometerwiderstand hat man genauer zu setzen statt δw_1:

$$\delta w_1 \frac{w_1 + w_2}{w_1 + w_2 + \delta w_1},$$

statt δw_3:

$$\delta w_3 \frac{w_3 + w_4}{w_3 + w_4 + \delta w_3}.$$

Man kann auch, anstatt α_2 zu messen, in den Batteriezweig *6* einen Strommesser einschalten, den Ausschlag desselben und das Verhältnis seines Reduktionsfaktors zu dem des Brückengalvanometers (**96.**) bestimmen. Ist

R_1 der Reduktionsfaktor des Brückengalvanometers,
R_2 der des Strommessers,
a_2 der Ausschlag des letzteren auf Proportionalität mit der Stromstärke korrigiert (97.),
w_5 der Widerstand des Galvanometerzweiges und

$$w = \frac{w_5(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_3)(w_2 + w_4)}{w_4},$$

so ist

$$p_1 = \frac{w\,t}{\pi}\frac{R_1}{R_2}\frac{a_1}{a_2}\varkappa. \qquad \text{Dorn (b).}$$

164. Bestimmung von S. I. C. durch Widerstands- und Zeitmessung. Methoden von F. Kohlrausch (r).

1. Mit Differentialgalvanometer. Die Anordnung ist die der Fig. 17 (115.); die Rolle mit Selbstinduktion wird an Stelle des Widerstandes w_x eingeschaltet, während w ein gleichgrosser induktionsfreier Widerstand ist. Ein einzelner kurzer Induktionsstoss eines Magnetinduktors oder Induktoriums wird zwischen den beiden Hälften des Differentialgalvanometers mit vorgeschalteten Widerständen verzweigt; die Dauer des Stosses sei kurz gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel. Gemessen wird der dadurch erzeugte Ausschlag (Zuckung) der letzteren, sowie ferner der Ausschlag, den ein gleichgrosser Induktionsstoss in der einen Hälfte des Differentialgalvanometers unter Zuschaltung eines grösseren Rheostatenwiderstandes erzeugt. Es sei

a_1 der erste Ausschlag der Nadel bei Verzweigung des Induktionsstosses,
w der Widerstand der Rolle oder des Kompensationswiderstandes,
w_g der Widerstand einer Galvanometerhälfte,
w_s der Widerstand der Stromquelle (Induktor),
a_2 der zweite Ausschlag der Nadel für unverzweigten Induktionsstoss, auf den doppelten Sinus des halben Winkels reduziert (99.), Tab. 1,
$w_r + w_s + w_g$ der Widerstand des Stromkreises für diesen Induktionsstoss, also w_r der zugeschaltete Rheostatenwiderstand,

t die reduzierte einfache Schwingungsdauer der ungedämpften Magnetnadel (**50** ff.), Tab. 2,

$\varkappa$ der Dämpfungsfaktor (**99.**), Tab. 3,

so ist der S. I. C.

$$p = \frac{a_1}{a_2} \frac{t}{\pi} (w + w_g) \frac{2w_s + w + w_g}{w_r + w_s + w_g} \frac{1}{\varkappa}.$$

Beobachtungen bei beiden Stellungen des Umschalters u, Fig. 17, machen genaue Gleichheit der beiden Zweige entbehrlich. Statt des Differentialgalvanometers kann man auch den Differentialinduktor anwenden (**117.**), die Anordnung ist dann, wie Fig. 22 angiebt; in die Brücke kommt ein Galvanometer. Die obige Formel bleibt gültig, wenn jetzt für w_s der Widerstand des Galvanometers, für w_g der eines Induktorzweiges gesetzt wird.

2. In der W-Brücke. Die Rolle mit Selbstinduktion sei in Zweig *1* eingeschaltet, Fig. 1, die übrigen Seitenzweige induktionsfrei, in *2* und *4* zwei gleiche Widerstände; die Brücke wird durch Abändern von w_3 für konstanten Strom eingestellt, dann der Induktor in Zweig *6* eingeschaltet und die Zuckung der Galvanometernadel im Zweige *5* bei einem einmaligen Induktionsstoss beobachtet. Sodann wird der unverzweigte Induktionsstoss in einem aus Induktor, Galvanometer und Rheostatenwiderstand bestehenden Kreise gemessen. Es sei

a_1 der Ausschlag in der Brücke,

a_2 der Ausschlag für unverzweigten Induktionsstoss auf doppelten Sinus des halben Winkels reduziert, im Kreise vom Widerstand $w_r + w_s + w_g$, wo

w_r zugeschalteter Rheostatenwiderstand,

w_s Widerstand der Stromquelle (Induktor),

w_g Galvanometerwiderstand,

w_1 Widerstand der Induktionsrolle,

$w_3 = w_1$ und $w_2 = w_4$ die Widerstände der anderen Seitenzweige in der Brücke,

$w_0{}^2 = (2w_s + w_1 + w_2)(w_g(w_1 + w_2)/w_2 + 2w_1)$,

so ist

$$p_1 = \frac{a_1}{a_2} \frac{t}{\pi} \frac{w_0{}^2}{w_r + w_s + w_g} \frac{1}{\varkappa}.$$

Bei mässiger Genauigkeit empfiehlt sich die Methode durch leichte und sichere Ausführung.

165. Bestimmung von I. C. durch Widerstands- und Zeitmessung. Methoden von M. Wien (c) mit dem optischen Telephon (122.).

1. S. I. C. Im Zweige *1* der W-Brücke, Fig. 44, befinde sich die Rolle *I* mit Selbstinduktion α mit einem Nebenschluss β und einem Zusatzwiderstand γ; im Zweige *2* eine zweite Rolle *II* mit Selbstinduktion; die anderen Widerstände in den Seitenzweigen seien induktionsfrei. Im Batteriezweige *6* wirke eine periodische Stromquelle von konstanter Frequenz (25.), im Galvanometerzweig *5* liege das optische Telephon, das auf dieselbe Frequenz abgestimmt sei; die Widerstände w_3 und w_4 werden auf Nullstellung des optischen Telephons abgeglichen (wobei sich eine andere Einstellung ergiebt, wie für konstante Ströme). Es seien

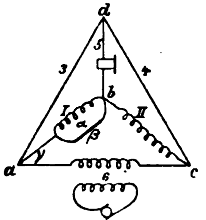


Fig. 44.

$w_\alpha, w_\beta, w_\gamma$ die drei Widerstände im Zweige *1*,

$w_1 = (w_\alpha w_\beta) / (w_\alpha + w_\beta) + w_\gamma$, w_2, w_3, w_4 die Widerstände der Zweige *1*—*4* (sämtlich die wahren Widerstände für konstanten Strom),

n die Frequenz der benutzten periodischen Ströme aus der Tonhöhe der als Unterbrecher benutzten Stimmgabel oder schwingenden Saite zu ermitteln,

so sind die S. I. C. der Rollen *I* und *II*:

$$p_1 = \frac{w_\alpha + w_\beta}{2\pi n} \sqrt{\frac{w_2 w_3 - w_1 w_4}{w_4 (w_\beta + w_\gamma) - w_2 w_3}},$$

$$p_2 = \frac{1}{2\pi n\, w_3} \sqrt{(w_2 w_3 - w_1 w_4)(w_4 (w_\beta + w_\gamma) - w_2 w_3)}.$$

Der Widerstand w_β wird zweckmässig zwischen dem wahren und dem scheinbaren Widerstand (27.) von Rolle *I* für die Frequenz n gewählt.

Es empfiehlt sich die Zuschaltung von Rheostatenwiderständen in den Zweigen *1* und *2*, um die durch Temperaturschwankungen bewirkten Widerstandsänderungen dieser Zweige zu verkleinern.

Die Einstellung geschieht am besten durch abwechselndes Verstellen zweier Schleifkontakte bei b und d (vergl. **159.**). Die S. I. C. p_1 und p_2 können erheblich verschieden sein (1 : 40).

2. G. I. C. Die Anordnung ist der vorigen ähnlich. Von den beiden Rollen I und III, deren G. I. C. bestimmt werden soll, wird die eine I in Zweig 1 der W-Brücke, Fig. 45, eingeschaltet, die andere III zu einem sekundären Kreise geschlossen. Im Zweige 2 liege eine Rolle mit Selbstinduktion, deren Kenntnis nicht erforderlich ist, die übrigen Widerstände seien induktionsfrei. Die Einstellung mit periodischem Strom und optischem Telephon erfolgt, wie vorher, bei zwei verschiedenen Widerständen des Schliessungskreises der Rolle III, von denen der zweite etwa das Doppelte des ersten betrage. Es seien

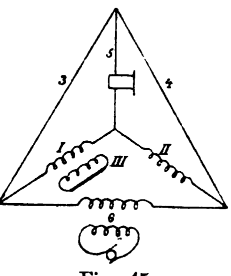


Fig. 45.

w_s und w_s' die beiden Widerstände des sekundären Kreises mit Rolle III,

w_1, w_2, w_3, w_4 und w_1', w_2', w_3', w_4' die entsprechenden Widerstände der Zweige 1—4,

$w_\delta = \frac{w_2 w_3 - w_1 w_4}{w_4}$, $w_\delta' = \frac{w_2' w_3' - w_1' w_4'}{w_4'}$,

n die Frequenz der periodischen Ströme,

p_1 und p_3 die S. I. C. der Rollen I und III,

so ist der G. I. C. von I und III:

$$p_{13} = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{w_s^2 - w_s'^2}{\frac{w_s}{w_\delta} - \frac{w_s'}{w_\delta'}}}$$

und ferner

$$p_3 = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{w_s' w_\delta' - w_s w_\delta}{\frac{w_\delta}{w_s} - \frac{w_\delta'}{w_s'}}}, \quad p_1 = \frac{p_3}{\frac{w_4}{w_3} - \frac{w_4'}{w_3'}}\left(\frac{w_\delta}{w_s}\frac{w_4}{w_3} - \frac{w_\delta'}{w_s'}\frac{w_4'}{w_3'}\right).$$

Man bestimmt auf diese Weise zugleich die magnetische Streuung (**24.**).

166. Bestimmung von S. I. C. durch Widerstands- und Zeitmessung. Methode von Joubert (a) aus dem

scheinbaren und wahren Widerstand (27.). Der Leiter mit Selbstinduktion wird mit einem induktionsfreien Leiter hintereinander in einen periodischen Stromkreis von bekannter Frequenz eingeschaltet, und die Ausschläge eines Elektrometers gemessen, das in Doppelschaltung (144.) abwechselnd an den einen und an den anderen angelegt wird. Es sei

w_1 der wahre Widerstand des Leiters mit Selbstinduktion, mit konstantem Strom gemessen,

w_2 der Widerstand des induktionsfreien Leiters,

n die Frequenz der Wechselströme,

γ_1 und γ_2 die auf Proportionalität mit dem Quadrat der Spannung reduzierten Ausschläge des Elektrometers in Doppelschaltung (148.), wenn dasselbe an w_1 bez. w_2 angelegt ist,

so ist der S. I. C. von w_1:

$$p_1 = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{w_2^2\frac{\gamma_1}{\gamma_2} - w_1^2},$$

Konstanz der Frequenz und der E. M. K. vorausgesetzt.

Puluj hat weniger zweckmässig das Elektrometer durch ein Dynamometer ersetzt.

167. S. I. C. einer periodischen Stromquelle (Dynamomaschine) durch Widerstands- und Zeitmessung, nach Stefan (b).

In den Stromkreis werden ein Wechselstrommesser (Dynamometer) und verschiedene induktionsfreie Widerstände eingeschaltet und die Ausschläge des ersteren beobachtet. Ist

p_d und w_d S. I. C. und Widerstand des Dynamometers,

w_e der Widerstand des Stromerzeugers,

w_1 und w_2 die eingeschalteten induktionsfreien Widerstände,

α_1 und α_2 die auf Proportionalität mit dem Quadrat der Stromstärke reduzierten Ausschläge des Dynamometers (95 ff., 101.),

n die Frequenz der periodischen Ströme,

so ist der S. I. C. des Stromerzeugers:

$$p_e = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\frac{\alpha_1(w_1 + w_d + w_e)^2 - \alpha_2(w_2 + w_d + w_e)^2}{\alpha_2 - \alpha_1}} - p_d.$$

168. G. I. C. und S. I. C. eines Transformators durch Widerstands- und Zeitmessung, nach Roiti (c).

Ein Elektrodynamometer oder -kalorimeter wird nacheinander in den primären und sekundären Kreis eingeschaltet, ohne den Gesamtwiderstand beider zu ändern, und die Ausschläge bei verschiedenen Widerständen des sekundären Kreises und konstanter Frequenz, oder bei verschiedener Frequenz und konstantem Widerstand gemessen.

Es sei 1.

w_s und w_s' die Widerstände des sekundären Kreises,

a_p und a_s, bez. a_p' und a_s' die auf Proportionalität mit dem Quadrat der Stromstärke reduzierten Ablesungen des Instrumentes im primären und sekundären Kreis (**95** ff., **101.**),

n die Frequenz der periodischen Ströme,

so ist der G. I. C. des Transformators:

$$p_{12} = \frac{1}{2\pi n} \sqrt{\frac{w_s^2 - w_s'^2}{\frac{a_p}{a_s} - \frac{a_p'}{a_s'}}}$$

und der S. I. C. der sekundären Rolle:

$$p_2 = \frac{1}{2\pi n} \sqrt{\frac{w_s'^2 \frac{a_s'}{a_p'} - w_s^2 \frac{a_s}{a_p}}{\frac{a_s}{a_p} - \frac{a_s'}{a_p'}}}.$$

2. seien

n und n' die Frequenzen,

w_s der konstante Widerstand des sekundären Kreises,

a_p, a_s, bez. a_p' a_s' seien die n und n' entsprechenden Ausschläge, so ist

$$p_{12} = \frac{w_s}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}}{\frac{a_p}{a_s} - \frac{a_p'}{a_s'}}},$$

$$p_2 = \frac{w_s}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{1}{n'^2}\frac{a_s'}{a_p'} - \frac{1}{n^2}\frac{a_s}{a_p}}{\frac{a_s}{a_p} - \frac{a_s'}{a_p'}}}.$$

Die Methoden **166—168** eignen sich namentlich für technische Messungen bei geringeren Ansprüchen an Genauigkeit.

169. Bestimmung von S. I. C. durch Kapazitäts- und Widerstandsmessung, nach Maxwell (c).

In den Zweig *1* der W-Brücke, Fig. 46, wird der Widerstand mit zu bestimmender Selbstinduktion eingeschaltet; in die anderen Seitenzweige induktionsfreie Widerstände; im Nebenschluss zu w_4 ein Kondensator von bekannter Kapazität (**172.**). Die Abgleichung der Widerstände erfolgt so, dass das Galvanometer im Brückenzweig *5* weder für konstanten Strom, noch beim Öffnen und Schliessen einen Ausschlag giebt.

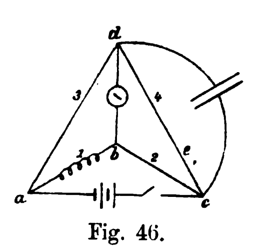


Fig. 46.

Ist dann c die Kapazität des Kondensators (**172** ff.), so ist der S. I. C. des Widerstandes w_1:

$$p_1 = c\, w_1\, w_4.$$

c, w_1, w_4 in c. g. s. E. giebt auch p_1 in solchen, die Kapazität in Farad, die Widerstände in Ohm ergeben p_1 in Quadranten. Man verfeinert diese Methode, wie die **159** ff. durch Anwendung periodischer Ströme.

Die doppelte Abgleichung (vergl. **159.**) ist auch hier ziemlich mühsam und wird durch folgende Abänderungen erleichtert.

1. Nachdem die Abgleichung für konstanten Strom erfolgt ist, wird die Verbindung des Kondensators, anstatt mit den Endpunkten d und c des Widerstandes w_4, mit d und einem Punkte e gemacht, der den Widerstand w_4 so in zwei Teile teilt, dass die Abgleichung für intermittierenden Strom bewirkt wird. Ist w_4' der Widerstand zwischen d und e, von dem der Kondensator abgezweigt ist, so ist

$$p_1 = c\, w_4'^2\, w_1/w_4, \qquad \text{Rimington, Niven.}$$

Man nimmt als Widerstand w_4 einen Brückendraht mit Schleifkontakt oder einen Rheostaten mit verstellbarem Zwischenstöpsel.

2. Der Induktionswiderstand wird bei der eben beschriebenen Anordnung statt in Zweig *1* zwischen e und c in *4* eingeschaltet, dann ist

$$p_1 = c\, w_4'^2, \qquad \text{Pirani, Rimington.}$$

Diese Methode ist weniger empfindlich als die vorige.

3. Dem Galvanometerzweig wird bei d ein veränderlicher Widerstand w hinzugefügt und der Kondensator mit c und dem Ende dieses Widerstandes verbunden; die Abgleichung für intermittierenden Strom erfolgt durch Änderung dieses Widerstandes. Es ist dann

$$p_1 = c\,(w\,(w_1 + w_2) + w_2\,w_3), \qquad \text{Anderson.}$$

Bedingung der Ausführbarkeit dieser Methode ist $c\,w_2\,w_3 < p_1$. Vorteilhaft ist es, w_2 und w_4 gross, w und w_3 klein zu nehmen.

170. Bestimmung eines G. I. C. durch Kapazitäts- und Widerstandsmessung, nach Roiti (a). Die Stromquelle, ein Unterbrecher u_1, die primäre Rolle I und ein veränderlicher Widerstand w werden zu einem Stromkreise verbunden, Fig. 47; eine Abzweigung von w enthält den Kondensator c, das Galvanometer g, den veränderlichen Widerstand w_3 und die Rolle II; die Punkte a und b der Abzweigung sind durch einen nahe widerstandslosen Unterbrecher u_2 verbunden.

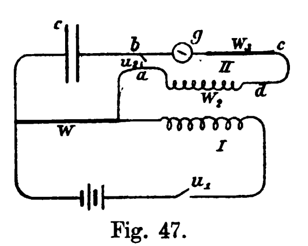


Fig. 47.

Man schliesst u_1, während u_2 geöffnet ist, und beobachtet den Ladungsausschlag des Galvanometers; dann öffnet man u_1, während u_2 geschlossen ist, und beobachtet den Induktionsausschlag. Ist

α_1 der Ladungsausschlag,
α_2 der Induktionsausschlag, beide auf den doppelten Sinus des halben Winkels reduziert,
c die Kapazität des Kondensators,
$w' = w_2 + w_3 + w_g$ der Widerstand des Kreises *abcda*,
w der Abzweigungswiderstand,

so ist der G. I. C. der Rollen I und II

$$p_{12} = c\,w\,.\,w'\,\alpha_2/\alpha_1.$$

Durch geeignete Wahl von w und w' kann man $\alpha_2 = \alpha_1$ machen; ferner durch periodisches Öffnen und Schliessen der Unterbrecher u_1 und u_2 (Disjunktor) die Messung verfeinern

und bei geeigneter Schaltung von *II*, sodass a_1 und a_2 entgegengesetzt sind, eine Nullmethode anwenden.

Besser noch schaltet man nach Foster (c) das Galvanometer g an Stelle von u_2 zwischen a und b und gleicht w und w_3 auf Stromlosigkeit bei Öffnen und Schliessen von u_1 ab; dann ist

$$p_{12} = c\,w\,(w_2 + w_3)$$

und es braucht der Widerstand des Galvanometers nicht bekannt zu sein. Vergl. auch Anderson.

171. Bestimmung von S. I. C. durch Kapazitäts- und Zeitmessung. Man bestimmt mittels des Helmholtz'schen Pendelunterbrechers (**102.**) die Schwingungsdauer der oscillierenden Entladungen eines Kondensators. Ist

t die Dauer einer ganzen Schwingung in *sec*,
c die Kapazität des Kondensators in c. g. s. E. oder Farad,
w der Widerstand der Schliessung in c. g. s. E. oder Ohm,

so ist der S. I. C. der Schliessung

$$p = \frac{t^2}{4\pi^2 c}\left(1 - \frac{w^2 c}{4p}\right).$$

Ist w klein gegen $2\sqrt{p/c}$, so genügt für das kleine Korrektionsglied eine annähernde Kenntnis von p.

Einige Zahlenangaben für I. C.

Die S. I. C. von Galvanometerrollen von *1—100* Ohm Widerstand liegen zwischen 10^6 und 10^9 *cm*.

Eine enggewundene Magnetisierungsspule von *2* Ohm Widerstand, *1370* Windungen, *14,7 cm* Länge, *2,5 cm* mittlerem Radius hat einen S. I. C. von 2×10^7. Mit massivem Eisenkern, der die Höhlung ganz ausfüllt, ist derselbe etwa zehnmal grösser.

Ein Dubois-Reymond'sches Induktorium von *1* Ohm primärem, *400* Ohm sekundärem Widerstand hat etwa die Induktionskoëffizienten $p_1 = 6,7 \times 10^5$ *cm*, $p_{12} = 2,2 \times 10^7$ *cm*, $p_2 = 9,3 \times 10^8$ *cm*. Ein grosser Rühmkorff von *40000* Ohm sekundärem Widerstand ungefähr $p_{12} = 6 \times 10^9$, $p_2 = 1,7 \times 10^{12}$.

Kapitel 6.

Bestimmung von Kapazitäten und Dielektrizitätskonstanten.

---

1. Berechnung von Kapazitäten in e. s. M. aus geometrischen Ausmessungen.

172. Die Dimension einer Kapazität in e. s. M. ist eine Länge (**40.**), die Einheit ein *cm*. Um aus der Kapazität in e. s. M. die in e. m. M. zu erhalten, hat man den Zahlenwert durch das Quadrat der kritischen Geschwindigkeit v (**42**, Tab. 17) oder durch $9{,}00 \times 10^{20}$ zu dividieren; der so erhaltene Wert giebt die Kapazität in c. g. s. E. (e. m. M.); Division des Wertes in e. s. M. durch 9×10^{11} ergiebt den Wert in Farad (**43.**) durch 9×10^{5} in Mikrofarad.

Bei den nachfolgenden Berechnungen wird angenommen, dass das die Leiter umgebende Dielektrikum die Dielektrizitätskonstante (D. C.) *1* besitze; aus der so berechneten Kapazität ergiebt sich diejenige für ein anderes Dielektrikum durch Multiplikation mit der D. C. desselben.

Besteht das Dielektrikum zwischen den Belegungen eines Kondensators aus verschiedenen parallelen Schichten mit den D. C. δ_1, δ_2, δ_3 . . . und von den Dicken a_1, a_2, a_3 . . ., so hat man in die nachstehenden Gleichungen an Stelle der Gesamtdicke $a = \Sigma\, a_n$ desselben einzusetzen:

$$a' = \frac{a_1}{\delta_1} + \frac{a_2}{\delta_2} + \frac{a_3}{\delta_3} + \cdots$$

Sind die Belegungen eines Luftkondensators durch kleine Stückchen eines festen Isolators von der D. C. δ getrennt,

welche die Gesamtfläche f' einnehmen, so hat man zu der Fläche f des Kondensators hinzuzufügen $f'(\delta - 1)$. Die Ausmessungen sind sämtlich in *cm* bez. *qcm* angegeben.

Zwei konzentrische Kugeln.

Sind r_1 und $r_2 > r_1$ die Halbmesser der Kugeln, so ist die Kapazität des aus ihnen gebildeten Systems (6.)

$$c = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} = \frac{r_1}{1 - \frac{r_1}{r_2}}.$$

Für $r_2 = \infty$, d. h. für eine einzige Kugel in sehr grossem Abstand von anderen Leitern, ist

$$c = r_1.$$

Bei grösseren Kugeln von einigen *dm* Durchmesser darf man wegen des Einflusses des Bodens und der Zimmerwände im Allgemeinen diese Annahme schon nicht mehr machen.

Zwei konaxiale Cylinder, deren Halbmesser gegen ihre Länge zu vernachlässigen sind.

l die Länge,
r_1 und $r_2 > r_1$ ihre Halbmesser,

$$c = \frac{l}{2\, lgn \frac{r_2}{r_1}}.$$

Korrektion für Excentrizität: Fallen die Axen der beiden Cylinder nicht genau zusammen, sondern haben sie den kleinen Abstand a von einander, so ist dem Ausdruck für c der Korrektionsfaktor

$$\left(1 + \frac{a^2}{(r_2^2 - r_1^2)\, lgn \frac{r_2}{r_1}}\right)$$

hinzuzufügen. J. J. Thomson (a).

Besteht der innere Cylinder aus drei Teilen, von denen der mittelste von den beiden äusseren (den Schutzringen) durch sehr schmale Zwischenräume getrennt ist und ist l die Länge des inneren Teils, b die Breite der Zwischenräume, so ist die Kapazität des inneren Teils, auch wenn dessen Länge nicht sehr gross gegen r_1 und r_2:

$$c = \frac{l}{2\,lgn\,\frac{r_2}{r_1}}\left\{1 + \frac{b}{l}\left(1 - \frac{2}{\pi}\,arctg\,\frac{b}{2(r_2 - r_1)}\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{2(r_2 - r_1)}{\pi b}\,lgn\left(1 + \frac{b^2}{4(r_2 - r_1)^2}\right) + \frac{r_2 - r_1}{4r_1}\right)\right\}.$$

J. J. Thomson (b).

Zwei gleiche parallele Cylinder, deren Abstand gegen ihre Länge zu vernachlässigen ist.

l ihre Länge,
r ihr Halbmesser,
a der Abstand ihrer Axen,

$$c = \frac{l}{4\,lgn\,\frac{a}{r}}.$$

Zwei gleiche parallele Ebenen, deren Abstand zu vernachlässigen ist gegen ihre linearen Ausdehnungen. Ist

f die Fläche einer der Ebenen,
a ihr Abstand, so ist

$$c = \frac{f}{4\pi a}.$$

Zwei gleiche begrenzte kreisförmige ebene Platten. Ist r ihr Halbmesser,
a ihr Abstand,
d ihre Dicke, so ist die Kapazität einer Platte

$$c = \frac{r^2}{4a}\left\{1 + \frac{a}{\pi r}\left(lgn\,\frac{16\pi(a + d)\,r}{a^2} + \frac{d}{a}\,lgn\,\frac{a + d}{a} + 1\right)\right\}.$$

Kirchhoff (c).

Schutzringkondensator, eine kreisförmige ebene Platte durch einen schmalen Kreisschlitz von einem in derselben Ebene liegenden konzentrischen Ring getrennt, aber auf gleichem Potential mit ihm, gegenüber einer grösseren ebenen Platte. Ist r der Halbmesser der kleinen Platte,
b die Breite des Schlitzes zwischen ihr und dem Schutzring,
a der Abstand der Platten,

und ist a klein gegen r, b klein gegen die Dicke der kleinen Platte (etwa $^1/_4$ genügt), so ist die Kapazität der kleinen Platte allein (ohne den Schutzring):

$$c = \frac{r^2}{4a}\left(1 + \frac{b}{r}\,\frac{a}{a + \frac{lgn\,2}{\pi}b}\left(1 + \frac{b}{2r}\right)\right). \quad \text{Maxwell (c).}$$

$$\frac{lgn\,2}{\pi} = 0{,}2206 \; (log = \bar{1}{,}34365)$$

oder

$$c = \frac{\left(r + \frac{b}{2}\right)^2}{4a}\left\{1 - \frac{b^2}{2\pi a\left(r + \frac{b}{2}\right)}\left(1 - \frac{b^2}{24a^2} + \frac{b^4}{240a^4}\right)\right\}.$$

Kirchhoff (c).

---

2. Experimentelle Kapazitätsbestimmungen in e. m. M.

173. Allgemeine Bemerkungen. Die experimentellen Kapazitätsbestimmungen von Kondensatoren mit festen und flüssigen Dielektriken sind mehr oder weniger durch Leitung und Rückstandbildung (dielektrische Nachwirkung) beeinflusst; die Kapazität ist für solche Isolatoren eine Funktion der Ladungszeit. Kurze periodische Ladungen und Entladungen setzen diesen Einfluss herab, daher sind für den Fall, dass Leitungsvermögen und dielektrische Nachwirkung erhebliche Beträge haben, sofern es auf genaue Messung ankommt, nur die Methoden mit schnell alternierenden Ladungen verwendbar. Über die Grösse der Leitungsfähigkeit kann man durch galvanometrische Messung des Widerstandes (**110_1, 135.**) ein Urteil gewinnen, wobei man auf Ausschluss von Oberflächenleitung zwischen den Kondensatorbelegungen zu achten hat.

Zu beachten ist noch, dass man bei der experimentellen Bestimmung stets die Kapazität des Kondensators vermehrt um die der Zuleitungsdrähte erhält; die letzteren, die namentlich bei kleineren Kapazitäten nicht zu vernachlässigen sind, sind gesondert zu bestimmen und in Rechnung zu setzen, wo es auf die Kapazität des Kondensators allein ankommt, vergl. Himstedt (i).

174. Kapazitätsbestimmung durch Zeit- und Widerstandsmessung. Methoden von Jenkin und Siemens.

Die Kapazität hat im e. m. M. die gleiche Dimension, wie der Quotient aus Zeit und Widerstand (**41.**) und die Kapazitäts-

bestimmung lässt sich daher auf eine Widerstands- und eine Zeitmessung zurückführen, sowie andererseits auch die Methoden **169**, **170** die Zurückführung auf einen I. C. und einen Widerstand gestatten. Die Zeit in *sec*, der Widerstand in c. g. s. E. oder Ohm ergiebt die Kapazität in c. g. s. E. oder Farad. —

Die einfachste derartige Bestimmung ist folgende: Eine konstante Säule von grosser E. M. K. wird durch einen grossen Widerstand und ein empfindliches ballistisches Galvanometer geschlossen, und der Ausschlag des letzteren gemessen. Mit den Enden des grossen Widerstandes werden die Belegungen des Kondensators verbunden; darauf wird der Kondensator von Säule und Widerstand getrennt und möglichst schnell durch das Galvanometer entladen; der Impulsivausschlag des letzteren wird wiederum beobachtet; ausserdem ist die Schwingungsdauer und Dämpfung des Galvanometers zu bestimmen. Eine einfache Anordnung der Messung unter Benutzung eines sechsnäpfigen Umschalters u (Pohl'sche Wippe) zeigt Fig. 48. Durch Verbindung von a mit b und f mit e wird der Kondensator durch Abzweigung vom Widerstand w geladen, und die Stromstärke in letzterem durch das Galvanometer g gemessen; bei Verbindung von b mit c und e mit d wird der Kondensator durch das Galvanometer entladen und die Elektrizitätsmenge bestimmt. c und d bleiben dauernd verbunden.

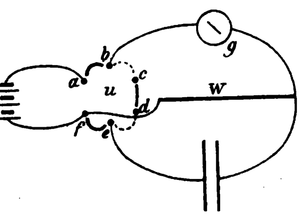


Fig. 48.

Ist

α_1 der dauernde Ausschlag des Galvanometers bei Ladung des Kondensators, auf Proportionalität mit der Stromstärke korrigiert (**97.**),

α_2 der Impulsivausschlag bei Entladung des Kondensators, auf den doppelten Sinus des halben Winkels reduziert (**99.**), Tab. 1,

w der Widerstand, von dem der Kondensator abgezweigt ist bei der Ladung,

t die ungedämpfte einfache Schwingungsdauer des

Galvanometers, auf kleine Schwingungen reduziert (**50** ff.), Tab. 2,

$\varkappa$ der Dämpfungsfaktor (**99.**), Tab. 3,

so ist die Kapazität des Kondensators:

$$c = \frac{t}{\pi w} \frac{a_2}{a_1} \varkappa.$$

Zwischen der Beobachtung von a_1 und a_2 hat man die Beruhigung des Galvanometers abzuwarten, das daher möglichst gut gedämpft sein muss. Da in der Zwischenzeit ein Teil der Ladung durch Zerstreuung oder Leitung verschwinden kann, so misst man genauer mit zwei Galvanometern. a_1 und a_2 sind dann noch mit dem Reduktionsfaktor des betr. Galvanometers zu multiplizieren und das Verhältnis derselben ist nach **96.** zu bestimmen.

Bei langer Ladungs- und kurzer Entladungszeit wird der Einfluss der Rückstandsbildung möglichst herabgesetzt. Bei Kapazitäten mit grosser Ladungszeit (Kabel) können Fehler dadurch entstehen, dass die Dauer des Entladungsstromes nicht sehr klein ist gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel; wegen der bezüglichen Korrektion vergl. **99.**

Man kann die vorstehende Methode in verschiedener Weise abändern und verfeinern.

Man kann den Kondensator durch eine Säule von bekannter E. M. K. (Normalelemente, **138.**) e laden und durch ein ballistisches Galvanometer vom bekannten Reduktionsfaktor R_1 entladen, dann ist

$$c = \frac{R_1 a}{e} \frac{t}{\pi} \varkappa.$$

R_1/e lässt sich nach $\mathbf{96}_3$. auf eine Widerstandsbestimmung zurückführen. In diesem Fall kann man die Multiplikationsmethode anwenden (**100.**) oder dauernde Ausschläge bei periodischer Ladung und Entladung durch einen Stimmgabelumschalter, Fig. 49, messen; ist

n die Schwingungszahl des Stimmgabelumschalters,

a der auf Proportionalität mit der Stromstärke reduzierte dauernde Ausschlag, so ist

$$c = \frac{R_1 a}{e n}.$$ W. v. Siemens (a), Klemenčič (a).

Man kann in diesem Fall mit weit schwächeren Stromquellen arbeiten, doch muss man darauf achten, dass die Kontaktdauer des Umschalters zu vollständiger Ladung und Entladung ausreicht.

Ferner kann man das Galvanometer mit einem grossen Widerstand im Nebenschluss zum Widerstande w als Spannungsmesser verwenden und statt des dauernden Ausschlags den Impulsivausschlag bei Stromschluss beobachten, wodurch der Dämpfungsfaktor in obiger Formel herausfällt, Waghorn.

Besser noch benutzt man in diesem Fall das Differentialgalvanometer und periodische Ladung und Entladung mittels Stimmgabelumschalter, Klemenčič (a), Himstedt (f, i). Durch

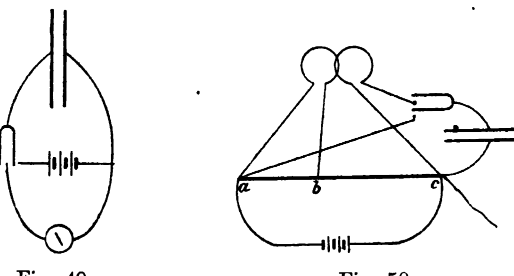


Fig. 49. Fig. 50.

den einen Zweig des Differentialgalvanometers geht dauernd eine Abzweigung des Hauptstromes vom Widerstande ab, Fig. 50, durch den anderen Zweig die periodischen Entladungen des Kondensators, der mittels Stimmgabelumschalters abwechselnd durch Verbindung mit dem Widerstand ac geladen und entladen wird. Ist

w_1 der Widerstand ab,
w_2 der Widerstand ac,
w_g der Widerstand des ersten Galvanometerzweiges, der von ab abgezweigt ist,
n die Schwingungszahl der Stimmgabel,

so ist, falls w_1 und w_2 so abgeglichen werden, dass der Galvanometerausschlag verschwindet, die Kapazität

$$c = \frac{w_1}{w_1 + w_g} \cdot \frac{1}{n \cdot w_2}.$$

Zur Bestimmung der Kapazität bei hohen Spannungen (Ladung durch Influenzmaschine) kann man die Spannung durch die Funkenschlagweite (**147.**), Tab. 13, bestimmen und die Elektrizitätsmenge galvanometrisch messen (**99.**). Man benutzt entweder zwei Galvanometer und schickt durch das eine unter Einschaltung grosser Widerstände die Funkenentladung, durch das andere die zurückbleibende Elektrizitätsmenge, Freyberg (b), oder man macht den der Funkenstrecke zugeschalteten Widerstand so gross (50 Megohm), dass die erstere Elektrizitätsmenge zu vernachlässigen ist, Heydweiller (c). —

Die Methode von Siemens zur Bestimmung grosser Widerstände durch Kondensatorentladungen (**127.**) lässt sich umgekehrt auch verwenden, um aus dem Widerstand mit Hülfe einer Zeitmessung die Kapazität zu bestimmen, vergl. Klemenčič (c).

175. Kapazitätsbestimmung durch Zeit- und Widerstandsmessung in der W-Brücke.

1. Methode von Maxwell (c). In Zweig *4* der W-Brücke wird an Stelle eines Widerstandes der Kondensator so eingeschaltet, dass die eine Belegung dauernd mit d, die andere mittels eines periodischen Umschalters (Stimmgabel) abwechselnd mit c und d verbunden wird, Fig. 51. In der ersten Verbindung wird der Kondensator geladen, in der zweiten durch Kurzschluss entladen. Man gleicht

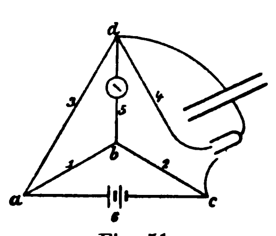


Fig. 51.

die Widerstände w_1, w_2, w_3 der übrigen Seitenzweige so ab dass der Ausschlag des Brückengalvanometers im Zweige *5* null wird. Dann ist für die Schwingungszahl n des periodischen Unterbrechers die Kapazität:

$$c = \frac{1}{n} \frac{w_1}{w_2\, w_3} \frac{1 - \dfrac{w_1{}^2}{(w_1 + w_3 + w_5)(w_1 + w_2 + w_6)}}{\left(1 + \dfrac{w_1\, w_6}{w_3\,(w_1 + w_2 + w_6)}\right)\left(1 + \dfrac{w_1\, w_5}{w_2\,(w_1 + w_3 + w_5)}\right)}.$$

Glazebrook (d).

w_5 ist der Widerstand des Galvanometerzweiges, w_6 der des Batteriezweiges; beide treten nur in Korrektionsgliedern auf.

Auch hier ist auf eine ausreichende Kontaktdauer (**174.**) zu achten.

Nimmt man w_2 und w_3 sehr gross (10^6—10^7 Ohm), w_1 und w_6 dagegen klein (10—10^3 Ohm), w_5 von mittlerer Grösse (10^4 Ohm), so ist sehr nahe

$$c = \frac{1}{n} \frac{w_1}{w_2 w_3}.$$

Ist w_5 annähernd von derselben Grösse, wie w_2 und w_3, so ist genauer

$$c = \frac{1}{n} \frac{w_1}{w_2 w_3} \frac{1}{1 + \frac{w_1 w_5}{w_2 (w_3 + w_5)}}.$$

Auch hier soll man, wie bei der Widerstandsvergleichung in der W-Brücke (**118** ff.), stets unter Stromwenden arbeiten, um den Einfluss etwaiger E. M. K. in den Zweigen *1*—*5* zu vermeiden.

2. Methode von M. Wien (c) mit dem optischen Telephon. Dieselbe schliesst sich an die Methoden zur Bestimmung von I. C. (**165.**) an. Man bestimmt gleichzeitig entweder zwei Kapazitäten oder einen S. I. C. und eine Kapazität. Der eine Kondensator wird neben Zweig *1*, der andere in Zweig *2* der W-Brücke eingeschaltet, Fig. 52; bei *b* zwischen w_3 und w_4 wird ein Brückendraht mit Schleifkontakt eingefügt. Durch abwechselnde Änderung von w_1 und des Verhältnisses w_3 / w_4 wird das optische Telephon in der Brücke bei Anwendung einer periodischen Stromquelle auf Nulleinstellung gebracht. Ist n die Frequenz der periodischen Stromquelle, so ist

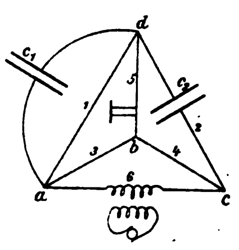


Fig. 52.

$$c_1 = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{w_1 w_4 - w_2 w_3}{w_1^2 w_2 w_3}},$$

$$c_2 = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{w_3}{w_2 (w_1 w_4 - w_2 w_3)}}$$

Für w_1 ist, falls der Kondensator c_1 ein merkliches Leitungsvermögen besitzt, der Widerstand der beiden nebeneinandergehaltenen Zweige in Rechnung zu setzen (vergl. **177**$_2$.).

Bei Bestimmung eines S. I. C. und einer Kapazität wird der Widerstand mit Selbstinduktion in Zweig *1*, der Kondensator neben denselben geschaltet und die Einstellung wie vorstehend vorgenommen. Es ist dann

$$c_1 = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{w_4}{w_1} \cdot \frac{w_2\, w_3 - w_1\, w_4}{w_2^2\, w_3^2}},$$

$$p_1 = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{w_2}{w_4}\,(w_2\, w_3 - w_1\, w_4)}.$$

---

3. Kapazitätsvergleichungen.

176. Kapazitätsvergleichungen durch Vergleichung der Elektrizitätsmengen bei gleichem Potentialunterschied.

1. Die beiden Kondensatoren werden auf gleichen Spannungsunterschied geladen und nacheinander durch dasselbe Galvanometer entladen; die Kapazitäten verhalten sich dann wie die auf den doppelten Sinus des halben Winkels reduzierten Ausschläge des Galvanometers. Sind die Ladungszeiten nicht zu gross, so kann man periodische Ladungen und Entladungen anwenden.

2. Methode von Cohn und Arons (b).

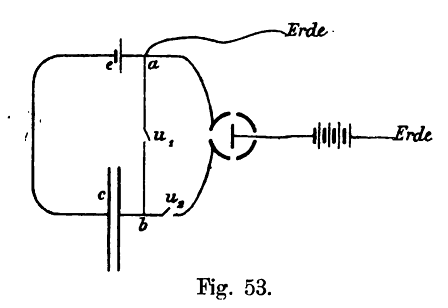


Fig. 53.

Ein Quadrantelektrometer wird in Quadrantschaltung (**144.**) mit den Polen einer Säule *e* verbunden, jedoch auf der einen Seite unter Zwischenschaltung eines Kondensators *c* und eines Unterbrechers u_2, Fig. 53; ein anderer Unterbrecher u_1 ist in eine Zweigverbindung so gelegt, dass, wenn u_1 und u_2 geschlossen sind, zwischen den Quadranten des Elektrometers Kurzschluss besteht. Mittels eines Helmholtz'schen Pendels (**102.**) werden u_1 und u_2 in einer sehr kleinen gemessenen Zeit hintereinander geöffnet und der Impulsivausschlag des Elektrometers beob-

achtet. Mittels empirischer Aichung wird aus demselben das Potential bestimmt, zu dem das mit dem Kondensator verbundene Quadrantenpaar geladen worden ist. Ist

e die E. M. K. der Säule in Volt,

ε das Potential des Quadrantenpaars nach dem Öffnen der Unterbrecher in Volt,

t die Zeit zwischen dem Öffnen von u_1 und dem von u_2 in *sec*,

w_c der innere Widerstand des Kondensators in Ohm

c_ε die Kapazität des einen Quadrantenpaars des Elektrometers,

c die des Kondensators, so ist

$$(c + c_\varepsilon)\, w_c = \frac{t}{lgn \dfrac{e}{e - \varepsilon}}.$$

Man wiederholt den Versuch, einmal während ein Kondensator von der Kapazität c_1 und unendlich grossem Widerstand (Luftkondensator) w_c neben c geschaltet ist, sodann, wenn ein bekannter grosser Widerstand w ohne Kapazität nebengeschaltet ist; dann ist analog

$$(c + c_1 + c_\varepsilon)\, w_c = \frac{t}{lgn \dfrac{e}{e - \varepsilon_1}},$$

$$(c + c_\varepsilon)\,(w_c + w) = \frac{t}{lgn \dfrac{e}{e - \varepsilon_2}}.$$

woraus sich c/c_1, c_ε/c_1 und w_c berechnen lassen.

Dabei ist vorausgesetzt, dass sich während der Zeit t die Elektrometernadel nicht merklich aus der Gleichgewichtslage entfernt, da sich sonst die Kapazität c_ε während dieser Zeit ändert. Die Aichung des Elektrometers geschieht durch eine gegen die Schwingungsdauer der Nadel kurze Verbindung mit einer bekannten E. M. K.; es werden immer, auch bei der Aichung, erste Ausschläge beobachtet.

Bildet eine polarisierbare leitende Flüssigkeit das Dielektrikum von c, so ist es besser zur Vermeidung der Polarisation die Säule e zwischen a und b neben das Elektrometer zu schalten, während das Übrige ungeändert bleibt. Vergl. Cohn (d).

Von Leitung und Rückstandsbildung sind diese Methoden unabhängig.

177. Kapazitätsvergleichung durch Vergleichung der Potentialunterschiede bei gleichen Elektrizitätsmengen.

1. Die eine Belegung wird bei beiden Kondensatoren zur Erde abgeleitet, die anderen mit zwei Ladungssäulen auf verschiedene entgegengesetzte Potentiale geladen, dann von den Säulen getrennt und beide durch ein Galvanometer entladen oder mit einem Elektrometer (in Nadelschaltung, **144.**) verbunden. Sind die Ladungssäulen so abgeglichen, dass der Galvanometer- oder Elektrometerausschlag null ist, so sind die Kapazitäten den Potentialen der Ladungssäulen umgekehrt proportional; das Verhältnis der letzteren wird nach **141.** oder **144.** bestimmt. Die genaue Abgleichung bewirkt man durch Zufügung einer kleinen veränderlichen Spannung, die von zwei Punkten des Schliessungskreises eines Elementes abgenommen ist, zu einer der Ladungssäulen.

Die Methode eignet sich besonders zur Vergleichung nahe gleicher Kapazitäten, bei denen man Schwankungen in der E. M. K. der Ladungssäulen durch wiederholtes Vertauschen derselben unschädlich macht.

Eine ähnliche, von Hopkinson (a) angegebene Methode, nach welcher nicht die geladenen, sondern die zuerst abgeleiteten Belege isoliert und dann mit dem Elektrometer verbunden werden, eignet sich nur zur Vergleichung gleicher Kondensatoren mit verschiedenem Dielektrikum.

2. Brückenmethoden von de Sauty und W. Thomson. Die beiden Kondensatoren werden in Zweig *1* und *3* der W-Brücke, Fig. 1, eingeschaltet, und die Widerstände in *3* und *4* so abgeglichen, dass das Galvanometer im Zweige *5* keinen Ausschlag erhält, wenn in Zweig *6* abwechselnd eine E. M. K. oder ein Kurzschluss eingeführt wird (Ladung und Entladung). Es verhalten sich dann die Kapazitäten

$$c_1 : c_2 = w_4 : w_2.$$

Von Schwankungen der E. M. K. ist man hierbei unabhängig. Ersetzt man das Galvanometer durch ein Elektro-

dynamometer, Telephon oder Elektrometer, so kann man periodische Ladungen und Entladungen oder alternierende Stromquellen anwenden.

Besser als die vorstehende ist die Anordnung von W. Thomson, bei der die Kondensatoren in die Zweige *1* und *2* eingeschaltet sind, Fig. 54, die Beziehung lautet dann:

$$c_1 : c_2 = w_4 : w_3.$$

Fig. 54.

Man kann den Unterbrecher in den Galvanometerzweig einschalten und den Batteriezweig geschlossen lassen; die Abgleichung ist erfolgt, wenn bei Öffnen und Schliessen des Unterbrechers kein Ausschlag bemerkbar ist.

Hat einer der Kondensatoren c_1 einen merklichen Nebenschluss, so erhält man im Allgemeinen mit alternierenden Strömen überhaupt keine Nulleinstellung. Nur bei Anwendung einfacher Sinusströme (Sinusinduktor) oder des optischen Telephons (**122.**) kann man dieselbe durch Zufügen von Widerstand zum anderen Kondensatorzweig *2* erreichen. Ist n die Frequenz der alternierenden Ströme, w_2 der in Zweig *2* eingeschaltete Widerstand, so ist der Nebenschluss von c_1:

$$w_1 = \frac{1}{n^2 w_2 c_1 c_2},$$

und das Verhältnis der Kapazitäten

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{w_4}{w_3} - \frac{w_2}{w_1} = \frac{w_4}{w_3} - n^2 w_2^2 c_1 c_2. \qquad \text{M. Wien.}$$

Das zweite Glied der rechten Seite ist ein Korrektionsglied, für das eine angenäherte Kenntnis von c_1 und c_2 genügt. Vergl. auch Glazebrook (a).

Bei grosser und sehr verschiedener Ladungszeit der Kondensatoren (lange Kabel) kann diese Methode, namentlich bei Benutzung alternierender Ladungen von grosser Frequenz, erhebliche fehlerhafte Bestimmungen geben.

Zur Abstimmung von Kondensatoren auf gleiche Kapazität unter Benutzung alternierender Ströme und des Telephons kann man die Vergleichswiderstände unendlich gross machen,

wodurch man die vereinfachte Anordnung der Fig. 55 erhält, Winkelmann (a). (Vergl. aber **180.**)

Die Abgleichung geschieht durch Veränderung der einen Kapazität auf Verschwinden der Ströme (Tonminimum) in dem Telephon, wobei die Zuleitungsstelle a des Stromes symmetrisch liegen muss. Das Telephon kann man durch ein Elektrometer in Quadrantschaltung mit abgeleiteter Nadel, Lecher (a), oder ein Elektrodynamometer, Donle, ersetzen.

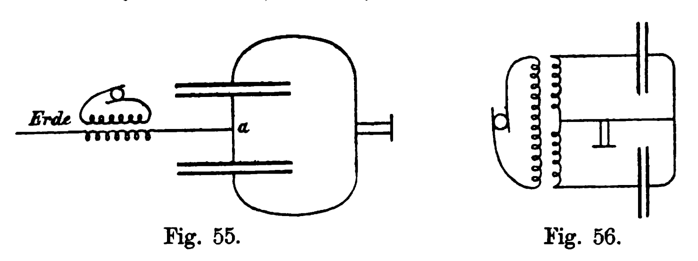


Fig. 55. Fig. 56.

Auch kann man Hertz'sche Schwingungen (**102.**) und eine Funkenstrecke statt des Telephons verwenden, Blondlot (b). Endlich kann man die Vergleichung auch mittels des Differentialinduktors und des Telephons nach Anordnung Fig. 56 vornehmen, Elsas (c).

178. Kapazitätsvergleichung durch Teilung der Ladung, Faraday. Man bestimmt die Elektrizitätsmenge (**99.**), die ein Kondensator enthält erstens, wenn er auf ein bestimmtes Potential e geladen ist, zweitens wenn er auf dasselbe Potential geladen, darauf isoliert und mit einem ungeladenen zweiten Kondensator verbunden wird.

Ist q_1 die erstere, q die letztere Elektrizitätsmenge, so ist das Verhältnis der Kapazitäten des ersten zum zweiten Kondensator

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{q}{q_1 - q}.$$ Vergl. Boltzmann (b).

Ist c_2 erheblich kleiner als c_1, so entladet man c_1 n mal hintereinander in c_2, das jedesmal hinterher entladen wird. Ist q die Elektrizitätsmenge in c_1 nach der n-Entladung, so ist

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sqrt[n]{q}}{\sqrt[n]{q_1} - \sqrt[n]{q}}.$$

Die Methode eignet sich zum Vergleich von Kabeln mit Normalkondensatoren, wird aber durch Ladungsverluste in Folge von Isolationsfehlern stark beeinflusst. Man muss die Entladungen möglichst schnell vornehmen. Statt q_1 und q kann man auch die Elektrizitätsmengen bestimmen, die der kleinere Kondensator c_2 beim Potential e und nach der n-Entladung von c_1 in c_2 enthält; die vorstehende Formel ist auch für diesen Fall gültig.

Hat man ausser den zu vergleichenden Kondensatoren, von denen der eine (durch Abstandsänderung) veränderlich ist, zwei Hülfskondensatoren von bekanntem Verhältnis zur Verfügung, so kann man folgende Methode anwenden. *1* und *2*, Fig. 57, werden gemeinsam auf das Potential e geladen, darauf beide getrennt und *1* mit *3*, *2* mit *4* verbunden und die Kapazität von *4* so reguliert, dass das Potential auf beiden Paaren von Belegungen gleich ist, was durch ein Elektrometer (oder auch Galvanometer) in der Brücke geprüft wird. Es ist dann

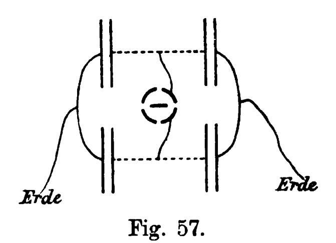


Fig. 57.

$$\frac{c_3}{c_4} = \frac{c_1}{c_2}.$$

W. Thomson, vergl. auch Gibson und Barklay.

179. Kapazitätsvergleichung durch Bestimmung der Periode alternierender Entladungen. Mittels des Helmholtz'schen Pendelunterbrechers (**102.**) wird die Dauer der elektrischen Schwingungen bestimmt, die durch Öffnen des primären Stromes in der sekundären Rolle eines Induktoriums erzeugt werden, wenn die Enden der letzteren nacheinander mit den Belegungen der zu vergleichenden Kondensatoren verbunden und wenn sie frei sind. Sind t_1, t_2, t_0 die den Kapazitäten c_1, c_2, c_0 der Enden entsprechenden Schwingungsdauern, so ist, wenn der Widerstand der sekundären Rolle klein ist gegen $2\sqrt{p/c}$ (p ihre S. I. C., c ihre Kapazität)

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{t_1^2 - t_0^2}{t_2^2 - t_0^2}.$$ Schiller.

Diese Methode ist frei von jedem Einfluss der Rückstandsbildung.

Bestimmt man anstatt der Schwingungsdauer die Wellenlänge für Hertz'sche Schwingungen (**102.**) und sind λ_1 und λ_2 die Wellenlängen für zwei verschiedene Kapazitäten, so ist unter sonst gleichen Umständen

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2}. \qquad \text{J. J. Thomson (c).}$$

Numerische Angaben. Die Kapazität eines Luftkondensators mit zwei gleichen kreisförmigen Platten von 20 *cm* Durchmesser und 1 *cm* Dicke ist nach Kirchhoff's Formel (**172.**) berechnet im Abstande *a* der Platten:

a	*c*	
0,1 cm	*0,000289*	Mikrofarad
0,2 „	*0,000149*	„
0,5 „	*0,000064*	„
1,0 „	*0,000035*	„

Die Kapazität grosser Leydener Flaschen von 2700 *qcm* einseitiger Belegung (23 *cm* Durchmesser, 33 *cm* Höhe der Belegung) ist bei einer Glasdicke von 0,2 bis 0,3 *cm* etwa *0,004—0,008* Mikrofarad.

---

4. Dielektrizitätskonstanten (D. C.); vergl. Tab. 14.

180. D. C. aus Kapazitätsvergleichungen. Die Methoden **176.—179.** zur Vergleichung von Kapazitäten bieten auch die Mittel zur Bestimmung der D. C. von Isolatoren. Man braucht nur die Kapazität desselben Kondensators mit einem anderen zu vergleichen, wenn der erste einmal Luft (oder das Vakuum), sodann den betreffenden Isolator als Zwischenschicht enthält. Das Verhältnis der Kapazität im zweiten zu der im ersten Fall giebt die D. C. des Isolators bezogen auf Luft (oder Vakuum). Dabei ist die Kapazität der Zuleitungen jedesmal in Abzug zu bringen.

Wie die Kapazitätsmessungen selbst (**173.**) werden auch diese Bestimmungen im Allgemeinen bei festen und flüssigen Dielektriken durch Leitung und Rückstandsbildung stark be-

einflusst. Es empfiehlt sich daher für solche nur die Methoden **176$_2$.** und **179.** zu verwenden, die bis zum Leitungsvermögen 5×10^{-13} (bezogen auf Quecksilber von 0^0) anwendbar sind. Auch bei **177$_2$.** kann man nach Wien (c) den Einfluss der Leitung ausmerzen.

Man kann bei festen und flüssigen Isolatoren, um stets gleiche Kapazitäten zu haben, dieselben als Platten oder in parallelepipedischen Trögen zwischen die Belegungen des einen Kondensators bringen und die vermehrte Kapazität durch Vergrösserung des Abstandes ausgleichen. Die Isolatoren müssen die Kondensatorbelegungen nach allen Seiten überragen. Ist d die Dicke des eingeführten Dielektrikums, a die Verschiebung der einen Kondensatorplatte, welche die Vermehrung der Kapazität aufhebt (durch Schraubenverstellung zu messen), so ergiebt sich die Dielektrizitätskonstante

$$\delta = \frac{d}{d - a}. \qquad \text{Gordon.}$$

Vergl. auch Donle, Elsas (c), Lecher (a), Negreano.

Sehr bequem ist die Anordnung von Winkelmann (a) (**177.**), Fig. 55, wobei die beiden mittleren Platten durch eine ersetzt werden können. Doch hat man sich in diesem Fall vor Störungen zu hüten, die durch äussere Einwirkungen auf die äusseren Platten hervorgerufen werden können, Cohn (g). Besser ist es diese durch zwei parallele grössere mit der Erde verbundene Platten gegen solche Störungen zu sichern, wie bei der Gordon'schen Anordnung mit 5 parallelen Platten.

Bei der Bestimmung von d für flüssige Isolatoren hat man die Durchbiegung der Trogwandungen zu berücksichtigen, Winkelmann (b).

Man kann auch in den Vergleichskondensator ein aus zwei verschiebbaren Keilen bestehendes festes Dielektrikum bringen und durch veränderte Dicke desselben die Gleichheit der Kapazität erzielen, Blondlot (b).

Bei diesen Kompensationsmethoden ist man unabhängig von der Kapazität der Zuleitungen.

Den Einfluss von Leitung und Rückstandsbildung kann man durch kurze Ladungszeit herabsetzen, was am besten durch

Verwendung alternierender Ladungen und Entladungen geschieht (**177.**), wozu man Schwingungen des Induktoriums (Frequenz etwa 2×10^4) oder Hertz'sche Schwingungen (Frequenz etwa 2×10^7) (**102.**) verwenden kann.

Nach Cohn (b) und Bouty (b) lässt sich die scheinbare D. C. δ als lineare Funktion der Ladungsdauer t darstellen

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 t.$$

Bestimmt man also δ für verschiedene Ladungsdauern bis zu sehr kleinen Werten hinunter etwa mit Hülfe des Helmholz'schen Pendelunterbrechers, so lassen sich die Konstanten δ_1 und δ_2 ermitteln. Ist der Kondensator dabei durch einen Widerstand w geschlossen und hat selbst den inneren Widerstand w_c, so ist

$$\delta_1 = \delta_0 \frac{w_c^2}{(w + w_c)^2} \qquad \delta_2 = \frac{1}{w + w_c}.$$

wo δ_0 die wahre D. C., die hiernach

$$\delta_0 = \frac{\delta_1}{(1 - w\delta_2)^2} \text{ ist.}$$

181. D. C. aus Vergleichung elektrischer Wellenlängen. Die Hertz'schen Schwingungen werden in ähnlicher Weise, wie **102.** beschrieben, längs zweier parallelen Drähte von etwa 500 *cm* Länge in 7 *cm* Abstand fortgeleitet. Die Drähte durchsetzen an einer Stelle a, Fig. 58, einen weiten Trog, der mit dem zu untersuchenden (flüssigen) Dielektrikum

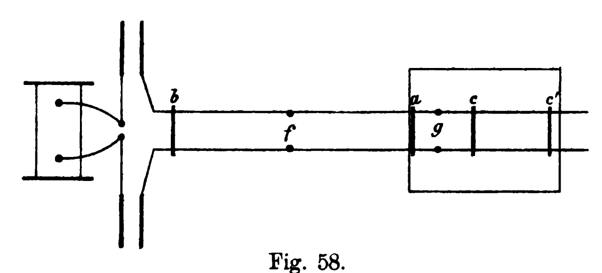


Fig. 58.

gefüllt ist. In dem Trog dicht an der Wandung bei a sind die Drähte durch einen Querdraht überbrückt. Bei f und g werden Hertz'sche Schwingungsmesser (vergl. **102.**) angebracht und zunächst eine Brücke b in solcher Lage aufgelegt, dass

die Energie bei f ein Maximum wird, sodann eine zweite bei c in dem Trog, dass die Energie bei g ein Maximum ist. Zwischen a und b, bez. a und c darf nur ein Maximum existieren, was durch Verschieben von f und g zu prüfen ist. Sodann wird c bis zu einem zweiten Punkte c' verschoben, bis wieder bei g ein Maximum liegt.

Ist $ab = \lambda$, $cc' = \lambda_1$, $cc' - ac = \lambda'$, so ist die D. C. des Mediums im Trog

$$\delta = \frac{(\lambda - \lambda')^2}{\lambda_1^2}. \qquad \text{Cohn (e),}$$

man kann auf diese Weise noch die D. E. von Flüssigkeiten messen, deren Leitungsvermögen bezogen auf Quecksilber gleich 500×10^{-10}, also gleich dem 500fachen des reinen Wassers (**135.**) ist.

Über andere Anordnungen vergl. Arons u. Rubens (b, c), J. J. Thomson (b).

182. D. C. aus elektrostatischen Wirkungen geladener Leiter in verschiedenen Dielektriken. Silow. Die elektrostatischen Wirkungen zwischen zwei geladenen Leitern (**1.**) ist bei gleicher Spannung der Dielektrizitätskonstante des umgebenden Mediums proportional. Füllt man ein graduiertes Quadrantelektrometer in Doppelschaltung (**144.**) einmal mit Luft, das andere mal mit dem zu untersuchenden flüssigen oder gasförmigen Dielektrikum, so giebt das Verhältnis der auf Proportionalität mit dem Quadrat der Spannung reduzierten Ausschläge (**148.**), im zweiten und im ersten Fall die D. C. des Dielektrikums bezogen auf Luft. Die Konstanz der Spannung muss durch ein Hülfsinstrument geprüft werden.

Namentlich bei polarisierbaren Dielektriken verwendet man statt konstanter Ladung des Elektrometers besser alternierende Ladungen mittels des Induktoriums, Cohn und Arons (c) oder einer konstanten Batterie mit rotierendem Stromwender, Rosa (b), Tereschin. Man kann auf diese Weise noch die D. C. von Flüssigkeiten bis zum Leitungsvermögen 16×10^{-10} bestimmen.

Statt des Quadrantelektrometers kann man auch das absolute Elektrometer (**143.**) benutzen. Quincke (a, c).

183. D. C. durch elektrostatische Wirkungen auf dielektrische Kugeln. Boltzmann (a, c, e).

Die Wirkungen eines möglichst gleichförmigen elektrischen Feldes auf zwei gleiche kleine Kugeln aus dem zu untersuchenden (festen) Dielektrikum, von denen die eine durch Vergoldung an der Oberfläche leitend gemacht ist, werden mittels einer Bifilaraufhängung, an welche die Kugeln nacheinander befestigt werden, verglichen. Ist

α_1 die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage für die isolierende Kugel,

α_2 diejenige für die leitende,

so ist die D. C. der ersteren, gleiche Direktionskraft (gleiches Gewicht der beiden Kugeln) und gleiche Feldstärke vorausgesetzt:

$$\delta = \frac{1 + 2\frac{\alpha_2}{\alpha_1}}{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}$$

bezogen auf Luft.

Das elektrische Feld erzeugt Boltzmann durch eine grosse elektrisierte Metallkugel in nicht zu kleiner Entfernung; dieselbe kann auch alternierend geladen werden. Die Unveränderlichkeit des Feldes ist mit einem Elektrometer zu prüfen. Wegen des nicht völlig gleichförmigen Feldes ist dann eine Korrektion anzubringen. Auch Abweichungen der kleinen Kugeln von genauer Kugelgestalt erfordern solche; indessen haben die Boltzmann'schen Bestimmungen nach dieser Methode keine sehr guten Werte ergeben.

Kapitel 7.

Bestimmungen der kritischen Geschwindigkeit v und des Ohm.

---

1. Kritische Geschwindigkeit v; Verhältnis zwischen e. s. und e. m. M. Einheiten.

184. v-Bestimmung durch Messung einer Elektrizitätsmenge in e. s. M. und e. m. M.

Von den Methoden zur Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit (**42.**) und des Ohm oder des absoluten Widerstandsmaasses in Quecksilbereinheiten (**43.**) sollen im Folgenden nur die wichtigsten und praktisch erprobten wiedergegeben werden. Die Besprechung kann kurz gefasst werden, da die Bestimmungen sich aus einer Reihe von Einzelmessungen zusammensetzen, die im Vorhergehenden ausführlich mitgeteilt worden sind, und auf welche hier verwiesen werden kann.

Ist q_s die Grösse einer Elektrizitätsmenge in c. g. s. E. nach e. s. M., q_m die Grösse derselben Elektrizitätsmenge in c. g. s. E. nach e. m. M., so ist die kritische Geschwindigkeit (**42.**):

$$v = \frac{q_s}{q_m}.$$

W. Weber und R. Kohlrausch (d) teilten die Ladung einer Leydener Flasche in einem empirisch (durch Potentialabnahme) bestimmten Verhältnis zwischen zwei Leitern, maassen die kleinere in e. s. M. mit der Coulomb'schen Drehwage, die grössere nach **99.** mit einem ballistischen Galvanometer von bekanntem Reduktionsfaktor (**95** ff.).

Genauer ist die Messung der Elektricitätsmenge in e. s. M. von **Rowland** (d) mit dem absoluten Elektrometer (**143.**); aus dem durch Anziehung in e. s. M. gemessenen Potential e und der nach **172.** berechneten Kapazität c ergiebt sich $q_s = e \cdot c$.

185. v-Bestimmung durch Messung einer E. M. K. in e. s. M. und e. m. M.

Ist e_s die Grösse einer E. M. K. in c. g. s. E. nach e. s. M. und e_m die derselben E. M. K. in e. m. M., so ist (**42.**):

$$v = \frac{e_m}{e_s}.$$

e_s ist bei allen Bestimmungen nach dieser Methode mittels des absoluten Elektrometers (**143.**) gemessen worden. e_m wird auf absolute Widerstands- und Strommessung in e. m. M. zurückgeführt; es ist daher von der absoluten Widerstandseinheit abhängig; wo diese zu klein angenommen ist, ist der Wert von v in demselben Verhältnis zu gross, und auf wahre Ohm zurückzuführen (vergl. **43.**).

Zur Strommessung sind verwendet worden: absolute Dynamometer (**85.—88.**), **Maxwell** (b), **W. Thomson u. King** (e), **Mc. Kichan**, **Pellat** (c); die Tangentenbussole (**78.—80.**), **Shida**; das Voltameter (**89** ff.) (bez. die in einem Daniell'schen Element abgeschiedene Kupfermenge), **Exner**. Im letzteren Fall ist die v-Bestimmung auch noch von der des elektrochemischen Äquivalentes abhängig.

Die Hauptschwierigkeit dieser Bestimmungen liegt in der elektrostatischen Messung, die kaum auf ein Tausendstel genau zu erhalten ist (Pellat giebt die Genauigkeit derselben auf zwei Tausendstel an).

186. v-Bestimmung durch Messung einer Kapazität in e. s. M. und e. m. M.

Ist c_s die Grösse einer Kapazität in c. g. s. E. nach e. s. M., c_m die derselben Kapazität in e. m. M., so ist (**42.**):

$$v = \sqrt{\frac{c_s}{c_m}}.$$

c_s wird durch Berechnung aus den Dimensionen für einen Kondensator mit parallelen Ebenen (Kreisplatten) oder aus konzentrischen Kugeln oder Cylindern nach **172.** bestimmt.

Zur Bestimmung von c_m dienen die Methoden **174.**—**175.** Sofern c_m auf Widerstände zurückgeführt wird, ist die v-Bestimmung gleichfalls von der gewählten Einheit des absoluten Widerstandes abhängig und auf wahre Ohm (**43.**) zurückzuführen; v ist zu gross, wenn die Widerstandseinheit zu klein angenommen wird, doch geht der Fehler nur mit der Hälfte in v ein.

Von der e. m. gemessenen Kapazität ist derjenige der Zuleitungen in Abzug zu bringen.

Ayrton und Perry (b), Stoletow, Klemenčič (a, c) und Himstedt (e, h, i) haben die Jenkin'sche Methode bez. deren Abänderungen (**174.**) zur Bestimmung von c_m verwandt, die letzteren unter Verwendung des Differentialgalvanometers (**174.**), Colley (b) die Methode der elektrischen Schwingungen (**171.**) unter Benutzung eines nach **157.** in absoluten e. m. M. berechneten S. I. C., J. J. Thomson (a, h) und Rosa (a) die Maxwell'sche Brückenmethode (**175.**).

In Tabelle 17 sind die Ergebnisse dieser Bestimmungen zusammengestellt. Spalte 2 enthält die von den Beobachtern angegebenen Werte, Spalte 3 die auf richtige absolute Maasseinheiten (wahres Ohm) (**43.**) zurückgeführten Werte.

---

2. Bestimmung des absoluten Widerstandsmaasses (Ohm) in Quecksilbereinheiten.

187. Allgemeines. Um das theoretische Ohm $= 10^9$ c. g. s. Einheiten, e. m. M. (**43.**), in einer praktisch herstellbaren Maasseinheit (Siemens Einheit) ausdrücken zu können, muss man das in absoluten e. m. M. Einheiten ausdrückbare Verhältnis einer E. M. K. zu der durch dieselbe in einem Leiter erzeugten Stromstärke bestimmen.

Eine in absoluten Einheiten ausdrückbare E. M. K. erhält man durch relative Lageänderung eines Stromleiters von gegebenen Dimensionen zu einem magnetischen Feld von bekannter Stärke (**19.**, **23.**). Man kann nun entweder künstliche elektrodynamische Magnetfelder oder das vom Erdmagnetismus oder permanenten Magneten herrührende Feld benutzen und

hiernach die Ohmbestimmungen in zwei Gruppen teilen: elektrodynamische und elektromagnetische; die ersteren sind auf G. Kirchhoff (b), die letzteren auf W. Weber (c) zurückzuführen.

Im ersteren Fall wird die E. M. K. statt durch Lageänderung des Leiters besser durch Entstehen oder Verschwinden des Magnetfeldes erzeugt.

188. Elektrodynamische Ohmbestimmungen. Man benutzt ein Induktionssystem, bestehend aus zwei konaxialen flachen Spulen, Rowland (b, c), H. F. Weber (a), Glazebrook (c), Mascart (c), oder aus einem langen Solenoid mit umgebender flacher Spule, Roiti (b), Himstedt (d), einer langen Spule mit einer zu deren Axe senkrecht stehenden und darum rotierenden Kreisscheibe im Inneren, Lorenz (a, b), oder zwei flachen Spulen und einer konaxialen rotierenden Kreisscheibe in der Mitte, Rayleigh (d), Rowland (c), Duncan, Jones, oder endlich einer langen Spule mit einer flachen im Inneren, die um eine senkrecht zur Spulenaxe stehende Axe rotiert, Lippmann (e), Wuilleumier. Es sei

p der aus den geometrischen Ausmessungen berechnete I. C. des Systems in *cm* (**156.**) (hierbei ist die Scheibe als Kreisring vom Scheibendurchmesser anzunehmen, wenn der induzierte Strom sie radial von der Axe zum Umfang durchfliesst, die rotierende Rolle als konaxial mit der festen),

i die Stromstärke in der primären Spule in c. g. s. E. oder Am.,

q die beim Öffnen oder Schliessen desselben, bez. bei einer Umdrehung der rotierenden Scheibe, bei einer Viertelumdrehung der rotierenden Rolle, den sekundären Kreis durchfliessende Elektricitätsmenge in c. g. s. E. oder Coulomb,

so ist der Widerstand des sekundären Kreises

$$w = \frac{p \cdot i}{q} \quad \text{c. g. s. E. (e. m. M.).}$$

Über die Bestimmung von i und q vergl. **78.—101.**

Es ist zweckmässig, beide mittels desselben Galvanometers

von grosser Schwingungsdauer zu messen; im anderen Fall muss das Verhältnis zweier Reduktionsfaktoren (**95.**, **96.**) ermittelt werden.

Um vergleichbare Ausschläge zu erhalten, kann man erstens nur einen Teil des primären Stroms unter Anwendung eines bekannten Schuntverhältnisses (**109.**) durch das Galvanometer führen, zweitens periodisch wiederholte Induktionsstösse unter Anwendung eines Disjunktors oder kontinuierlicher Rotation messen (**101.**). Ist

- a_1 der einem einmaligen Induktionsstoss entsprechende Impulsivausschlag,
- a_n der durch n Induktionsstösse in der Sekunde erhaltene dauernde Ausschlag auf Proportionalität mit der Stromstärke reduziert (**97.**),
- t die (gegen $1/n$ grosse) ungedämpfte, einfache Schwingungsdauer des Galvanometers in *sec*, auf kleine Schwingungen reduziert (**50** ff.), Tab. 2,
- $\varkappa$ der Dämpfungsfaktor (**99.**), Tab. 3,
- β der einem Verzweigungsverhältnis $w_s/(w_s + w_g)$ des primären Stromes entsprechende, auf Proportionalität mit der Stromstärke reduzierte (**97.**) Ausschlag bei Messung des primären Stroms,

so ist

$$w = \frac{w_s + w_g}{w_s} \frac{p \cdot \pi}{t} \frac{\beta}{2 \sin \frac{a_1}{2}} \quad \text{c. g. s. E.}$$

oder

$$w = \frac{w_s + w_g}{w_s} \cdot p \cdot n \frac{\beta}{a_n} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Macht man durch geeignete Wahl der Widerstände

$$w = w_s + w_g$$

und

$$a_n = \beta,$$

so ist

$$w_s = n \cdot p \quad \text{c. g. s. E.}$$

Lorenz (a, b), Roiti (b), Himstedt (d).

Mit den Beobachtungen von a_n und β wechselt man ab, um Schwankungen der primären Stromstärke auszumerzen,

und wählt für w_s einen geeigneten Widerstand von möglichst kleinem Temperaturkoëffizienten, der mit Quecksilbernormalen (**136.**) verglichen wird.

Die Methoden von Lorenz (a) und Lippmann (e) mit rotierender Scheibe, bez. Spule haben den besonderen Vorzug, dass man bei der Beobachtung eine Nullmethode verwenden kann, indem man die Abzweigung des primären Stromes und die periodischen Induktionsströme gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung durch das Galvanometer schickt.

Störungen werden hier namentlich von Thermoströmen verursacht und es ist jedenfalls immer mit entgegengesetzten Rotationsrichtungen zu beobachten.

189. Elektromagnetische Ohmbestimmungen. Erste Methode von W. Weber, mit Erdinduktor und Galvanometer.

Ein Galvanometer wird mit einer Spule von bekannter Windungsfläche (**152.**, **154.**) mit rechteckigem Windungsquerschnitt, die um eine in ihrer mittleren Windungsebene liegende Axe drehbar ist (Erdinduktor), zu einem Stromkreise verbunden.

Die Drehungsaxe des Induktors wird vertikal, seine Windungsebene ost-westlich gestellt und der Induktionsstoss beim Drehen derselben um *180°* in einer gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel kleinen Zeit gemessen.

Durch den Erdinduktor wird eine E. M. K. von bekanntem Integralwert erzeugt und mit dem Galvanometer die induzierte Elektrizitätsmenge gemessen. Es sei

f die Windungsfläche des Erdinduktors in *qcm* (**152.**, **154.**).
H die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in c. g. s. E., am Orte des Induktors (**63** ff.),
q die induzierte Elektricitätsmenge in c. g. s. E.,

so ist der Widerstand des Stromkreises

$$w = \frac{2f\,H}{q} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Die Ermittelung von q kann auf verschiedene Weise geschehen. Es sei

G die Galvanometerkonstante in cm^{-1} (**95.**, **96.**, **153.**),

H' die Horizontalintensität am Ort des Galvanometers in c. g. s. E. (**70.**).
Θ der Torsionskoëffizient für die Galvanometernadel (**61.**),
t die einfache Schwingungsdauer desselben ohne Dämpfung auf kleine Schwingungen reduziert (**50** ff.),
$\varkappa$ der Dämpfungsfaktor (**99.**), Tab. 3,
α der Impulsivausschlag der Galvanometernadel durch den Induktionsstoss,

so ist

$$q = \frac{H'(1+\Theta)}{G}\frac{t}{\pi}\cdot 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\varkappa$$

und

$$w = \frac{\pi . f . G}{t}\cdot\frac{H}{H'}\frac{1}{(1+\Theta)\,\varkappa\,\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Durch Anwendung der Multiplikations-, Zurückwerfungs- oder gemischten Methode (**100.**) kann man die Messung verfeinern. Über eine Korrektion wegen nicht verschwindender Dauer des Stromstosses vergl. **99.**

G kann man entweder bei kreisförmigen Windungen von grossem Halbmesser durch geometrische Ausmessung ermitteln (**152.**), W. Weber (g), G. Wiedemann (a) oder durch galvanometrische Vergleichung mit einer Tangentenbussole (**153.**), F. Kohlrausch (d). Fehler können durch ungenaue Orientierung der vertikalen Drehungsaxe des Induktors entstehen. Eine Neigung β der Vertikalen gegen die Drehungsaxe nach Norden oder Süden bedingt für die Inklination i den Korrektionsfaktor: $1 \pm \beta\, tg\, i$. Neigung nach Osten und Westen giebt nur Korrektionsglieder 2. Ordnung.

190. Elektromagnetische Ohmbestimmungen. Zweite Methode von W. Weber mit dem Rotationsinduktor (von Weber (g) als 4. Methode gezählt).

Der Erdinduktor wird in gleichförmige Drehung um seine Axe versetzt (Rotationsinduktor) und gleichzeitig als Galvanometer benutzt, indem die Wirkung der Induktionsströme auf eine Magnetnadel in seinem Mittelpunkt aus der dauernden Ablenkung derselben ermittelt wird, wobei die Umdrehungszeit klein sein muss gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel.

Die Drehungsaxe des Induktors möge vertikal stehen. Ist dann

f die Windungsfläche des Induktors in *qcm* (**152.**, **154.**),
G seine Galvanometerkonstante in cm^{-1} (**95.**, **96.**, **153.**),
p sein S. I. C in *cm* (**157** ff.),
n die Anzahl der Umdrehungen des Induktors in 1 *sec*,
φ die Ablenkung der Magnetnadel,
Θ ihr Torsionskoëffizient (**61.**),
M/H das Verhältnis ihres magnetischen Momentes zum Erdmagnetismus (**63** ff.),

so ist der Widerstand des Schliessungskreises:

$$w = \frac{1}{2} \frac{\pi n f . G}{(1+\Theta) \, tg \, \varphi} \left\{ 1 + \frac{G}{f} \cdot \frac{M}{H} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} + \sqrt{1 + \frac{2G}{f} \frac{M}{H} \frac{1}{\cos \varphi} + \frac{8p \, tg^2 \varphi}{f . G} \left(1 - \frac{2p}{fG}\right)} \right\} \text{ c. g. s. E.}$$

Da f dem Quadrat des mittleren Halbmessers des Induktors direkt, G der ersten Potenz desselben umgekehrt proportional ist, so tritt diese schwierig zu messende Grösse nur in der ersten Potenz auf; auch fällt die Horizontalintensität heraus; dagegen können die Korrektionsglieder mit M/H (wegen Induktion des Magnets auf den Induktor) und mit p (wegen der Selbstinduktion) erhebliche Beträge erreichen, sodass diese beiden Grössen eine genaue Bestimmung erfordern. Die Richtigkeit der letzteren Korrektion kann man allerdings durch Beobachtung mit verschiedenen Umdrehungsgeschwindigkeiten prüfen, da $tg \, \varphi$ und somit auch der Betrag der Korrektion mit n wächst.

Abweichungen der Drehungsaxe von der Vertikalen wirken ebenso, wie bei der vorigen Methode. Störend können ferner die mechanischen Wirkungen des rotierenden Induktors auf die Magnetnadel wirken, sowie, bei Metallfassung des Induktors, Induktionsströme in derselben. Ausgeführt ist die Methode von der British Association, Rayleigh und Schuster (b), Rayleigh (c).

Das Korrektionsglied wegen der Selbstinduktion fällt heraus, wenn man nach Foster (b) und Lippmann (e) eine Kompensationsmethode anwendet, indem man die Enden des

Induktordrahtes zu einem Widerstande w_s führt, der von einem mit der Tangentenbussole in absolutem Maass (78 ff.) gemessenen Strom i durchflossen wird, den Induktorzweig bei jeder Umdrehung nur kurze Zeit während des Durchgangs der Windungsebene durch den Meridian (im Maximum der Induktionswirkung) schliesst, und w_s und i so abgleicht, dass ein in den Induktionszweig eingeschaltetes Galvanometer keinen Ausschlag giebt.

Man hat dann den weiteren Vorteil, direkt den Widerstand w_s eines Normaldrahtes bestimmen zu können. Ist

H/H' das Verhältnis der Horizontalintensitäten des Erdmagnetismus am Ort des Induktors und der Tangentenbussole (70.),

a die Ablenkung der Tangentenbussole,

Θ' ihr Torsionskoëffizient,

G_1 ihre Galvanometerkonstante (95., 152.) in cm^{-1},

ψ der kleine Winkel, den der Induktor während der Schliessung des Kreises durchläuft, so ist

$$w_s = \frac{2\pi n \,.\, f \,.\, G_1}{(1+\Theta')\, tg\, a} \cdot \frac{H}{H'} \frac{\sin\psi}{\psi} \quad \text{c. g. s. E.}$$

Es tritt dann aber der mittlere Halbmesser des Induktors wieder quadratisch auf, auch können Thermoströme zu Fehlern Veranlassung geben.

Die Korrektion wegen der Induktionswirkung der Magnetnadel auf den Induktor vermeidet man, wenn man die Drehungsaxe des Induktors horizontal und durch Nachdrehen nach Art der Sinusbussole in die magnetische Axe der Magnetnadel legt, H. Weber (a).

Es muss dann die Inklination i bestimmt werden (siehe hierzu die Methode von C. L. Weber) und es ist

$$w = \frac{2\pi n f \,.\, G \,.\, tg\, i}{(1+\Theta)\sin\varphi} \cdot \frac{1 + \dfrac{2\pi\, np}{w} \dfrac{\sin\varphi}{tg\, i}}{1 + \dfrac{4\pi^2 n^2 p^2}{w^2}} \quad \text{c. g. s. E.}$$

191. Elektromagnetische Ohmbestimmungen. Dritte Methode von W. Weber, Dämpfungsmethode.

Bei dieser Methode wird die Induktionswirkung einer schwingenden Magnetnadel auf einen Multiplikator als E. M. K.

benutzt, und die Stärke der Induktionsströme durch die Rückwirkung auf den Magnet aus der Dämpfung desselben bestimmt. Ist

G die Galvanometerkonstante des Multiplikators für sehr kleine Ausschläge in cm^{-1} (**95.**—**97.**, **153.**),

M/H das Verhältnis des Nadelmagnetismus zur erdmagnetischen Horizontalintensität in cm^3 (**63** ff.),

t die einfache Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel, auf kleine Bogen reduziert (**50** ff.), Tab. 2,

Λ das natürliche logarithmische Dekrement der Dämpfung (**53** ff.),

so ist, von Korrektionen abgesehen, der Widerstand des Multiplikatorkreises

$$w = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{G^2}{t} \cdot \frac{M}{H} \frac{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}{\Lambda}.$$

Hierzu treten hauptsächlich noch folgende Korrektionsfaktoren: 1. Wegen des Torsionskoëffizienten Θ (**61.**):

$$\frac{1}{1 + \Theta},$$

2. wegen des S. I. C. p:

$$\frac{1}{1 - \frac{p}{w} \frac{\pi}{t} \frac{\Lambda}{\sqrt{\pi^2 + \Lambda^2}}},$$

3. wegen der Luftdämpfung, log. Dekrement Λ':

$$\frac{1}{1 - \frac{\Lambda'}{\Lambda}}.$$

In G sowohl wie in M/H ist der Polabstand der Magnetnadel in Korrektionsgliedern enthalten, die erhebliche Beträge haben, da derselbe notwendig ziemlich gross genommen werden muss. Ermittelt man G durch Vergleich mit einer konzentrisch aufgestellten Tangentenbussole (**96.**, **153.**) vom Halbmesser r, und M/H durch Ablenkungsbeobachtungen aus erster Hauptlage (**63₂.**), in einem Abstande von der Magnetometernadel $a = 1{,}15\,r$, so heben sich diese Korrektionsglieder in dem Ausdruck für w fast ganz heraus. Auch wird der Vergleich zweier Horizontalintensitäten bei der Bestimmung von G, so-

wie zweier Skalenabstände entbehrlich. r und a müssen sehr genau bestimmt werden, da das erste quadratisch, das letztere kubisch in dem Wert von w auftritt. F. Kohlrausch (u).

Um Schwankungen der Temperatur und des Erdmagnetismus, die übrigens beobachtet und in Rechnung gesetzt werden können, möglichst unschädlich zu machen, muss mit den Bestimmungen von G, M/H und Λ in geeigneter Weise abgewechselt werden.

Messungen nach dieser Methode haben angestellt: H. F. Weber (a), Wild (c), Dorn (b, e), F. Kohlrausch (u).

F. Kohlrausch (d) hat diese Methode auch mit der ersten Weber'schen (**189.**) verbunden. Es ergiebt diese Verbindung, wenn H die Horizontalintensität am Orte des Erdinduktors,

H' dieselbe am Ort des Galvanometers,

nach den Bezeichnungen von **189.** und **191.**:

$$w = \frac{2f^2}{t}\frac{H'}{M}\frac{\Lambda}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cdot\left(\frac{H}{H'}\right)^2\cdot\frac{1}{(1+2\Theta)\,\varkappa}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}}.$$

Wegen der Beziehung

$$\frac{K}{M\,.\,H'} = \frac{t^2}{\pi^2},$$

wo K das Trägheitsmoment der Magnetnadel, kann man auch setzen:

$$w = \frac{2f^2\,t}{\pi^2}\frac{H^2}{K}\frac{\Lambda}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}\frac{1}{(1+2\Theta)\,\varkappa}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\Lambda^2}{\pi^2}}}.$$

Vergl. F. Kohlrausch (l).

Der Hauptnachteil dieser Methode ist, dass hierbei der mittlere Halbmesser des Induktors in der vierten Potenz, und ausserdem H in der zweiten Potenz auftritt. —

Die Ergebnisse der verschiedenen Ohmbestimmungen sind die Werte des Ohm in Siemens-Einheiten (Länge der Quecksilbersäule in *m* von 1 *qmm* Querschnitt). Dieselben sind in Tab. 18 und 18a enthalten, von denen erstere diejenigen neueren Bestimmungen umfasst, welche mit dem jetzt wahrscheinlichsten Wert *1,0628—1,0630* auf etwa ein halbes Tausendstel übereinstimmen. Der Wert *1,0630* dürfte von dem wahren um nicht mehr als zwei Zehntausendstel abweichen.

Meist ist nicht direkt der absolute Widerstand einer Quecksilbernormalen, sondern der von Kopieen anderer Einheiten (von Siemens und Halske (S. E.) und der British Association (B. A. E.) ausgegeben) in Draht von kleinem Temperaturkoëffizienten bestimmt und mittels weiterer Vergleiche auf eine von den betr. Beobachtern selbst oder einem (in Klammern beigefügten) Hülfsarbeiter hergestellte Quecksilbernormale (Q. E., 4. Spalte) bezogen worden. Die in der Tabelle mit einem * versehenen Vergleiche sind von den betreffenden Beobachtern direkt ausgeführt worden.

Da die Unterschiede in den Werten der vierten Spalte Ohm / Q. E. zum Teil noch in einer Verschiedenheit der benutzten Quecksilbernormalen begründet sind, so sind die Beobachtungen in der letzten Spalte noch auf einen gemeinsamen mittleren Wert derselben (M. Q. E.), der gleich *0,95350* B. A. E. oder gleich *0,99990* S. E. angenommen ist, bezogen worden.

Namen- und Litteraturverzeichnis.

(Die abkürzenden Bezeichnungen der Zeitschriften sind im Wesentlichen die in den „Fortschritten der Physik“ und den „Beiblättern zu Wiedemann's Annalen“ gebräuchlichen. Die kleinen Buchstaben vor den einzelnen Arbeiten beziehen sich auf die entsprechenden Angaben im Text.)

Ampère, Mém. de l'Ac., Paris **6**, 1823.
Anderson, Phil. Mag. (5) **31**, 329, 1891.
Ångström, El.-techn. Z. **10**, 543, 1889.
Arons (a), Wied. Ann. **24**, 161, 1885.
— u. Rubens (b), Wied. Ann. **42**, 581, 1891.
— — (c), Wied. Ann. **44**, 206, 1891.
Ascoli (a), Mem. Linc. (4) **4**, 409, 1887.
— (b), Rend. Linc. **1**, 197, 1885.
Ayrton u. Perry (a), Phil. Mag. (5) **5**, 43, 1878.
— (b), Journ. Soc. Tel. Eng. 1879.
— (c), Proc. R. S. Lond. **50**, 53, 1891.
— u. Sumpner (d), Phil. Mag. (5) **32**, 204, 1891.
— u. Taylor (e), Phil. Mag. (5) **31**, 351, 1891.
— u. Mather (f), Phil. Mag. (5) **33**, 186, 1892.
Baille (a), Ann. ch. phys. (5) **25**, 486, 1882.
— (b), Ann. télégr. 1884, 89.
Becquerel, E., Ann. ch. phys. (3) **17**, 242, 1846.
— H., (a), C. R. **100**, 1374, 1885.
— (b), Ann. ch. phys. (5) **12**, 34, 1877.
Bénoit, C. R. **99**, 864, 1884.
Bergmann, Wied. Ann. **42**, 90, 1891.
Bernstein, Pogg. Ann. **142**, 54, 1871.
Bertin, Ann. ch. phys. (4) **18**, 448, 1869.
Bichat (a), J. de phys. (1) **8**, 204, 1879.
— u. Blondlot (b), J. d. phys. (2) **5**, 457, 1886.
Bjerknes, Wied. Ann. **44**, 513, 1891.
Blakesley (a), Phil. Mag. (5) **26**, 34, 1888.
— (b), Phil. Mag. (5) **31**, 346, 1891.
Bláthy, El.-techn. Z. **11**, 311, 1891.
Blondlot u. Curie (a), C. R. **107**, 864, 1888.
— (b), J. de phys. (2) **10**, 197, 512, 1891.
— (c), C. R. **113**, 628, 1891.
— (d), C. R. **114**, 283, 1892.
Boccali (a), El.-techn. Z. **11**, 212, 1890.
— (b), El.-techn. Z. **12**, 51, 1891.
Boltzmann (a), Wien. Ber. $\mathbf{66_2}$, 1872.
— (b), Wien. Ber. $\mathbf{67_2}$, 1873.
— Carls Rep. **10**, 109, 1874.
— (c), Wien. Ber. $\mathbf{68_2}$, 81, 1873.
— (d), Wien. Ber. $\mathbf{69_2}$, 795, 1874.
— (e), Wien. Ber. $\mathbf{70_2}$, 342, 1874.
Bosanquet, Phil. Mag. (5) **23**, 412, 1887.
Bosscha (a), Pogg. Ann. **93**, 402, 1854.
— (b), Pogg. Ann. **94**, 172, 1855.
— (c), „ „ **110**, 452, 1860.
Bouty u. Foussereau (a), J. de phys. (2) **4**, 419, 1885.
— (b), J. de phys. (3) **1**, 5, 1892, C. R. **114**, 533, 1892.

Boys, Phil. Mag. (5) **30**, 248, 1890.
Branly, Ann. de l'éc. norm. (2) **2**, 209, 1873.
Braun, Zentr. f. Opt. u. Mech. **4**, 134, 1883.
— (b), Wied. Ann. **44**, 771, 1891.
Buff (a), Pogg. Ann. **73**, 500, 1848.
— (b) „ „ **130**, 341, 1867.

Cardani, Rend. Linc. (4) 7_2, 385, 1891.
Cassie, Phil. Trans. **181**, 1, 1890.
Chaperon, C. R. **108**, 799, 1889.
Chwolson, Wied. Ann. **24**, 45, 1885.
Clark, Phil. Trans. **163**, 1873, Proc. R. S. Lond. **20**, 444, 1872.
Cohn (a), Wied. Ann. **21**, 646, 1884.
— u. Arons (b), Wied. Ann. **28**, 454, 1886.
— — (c), Wied. Ann. **33**, 13, 1888.
— (d), „ „ **38**, 42, 1889.
— u. Heerwagen (e), Wied. Ann. **43**, 343, 1891.
— (f), Wied. Ann. **45**, 370, 1892.
— (g), „ „ **46**, 135, 1892.
Colley (a), Wied. Ann. **26**, 432, 1885.
— (b), „ „ **28**, 1, 1886.
Coulomb, Mém. de l'Ac., Paris, 1780—89.
Curie (a), C. R. **103**, 928, 1886
— (b), Ann. ch. phys. (6), **18**, 289, 1889.
Czermak, Wien. Ber. 97_2, 307, 1888, Exn. Rep. **24**, 707, 1888.

Dehms, Pogg. Ann. **136**, 260, 373, 1869.
Deprez, C. R. **90**, 592, 1880.
Dieterici (a), Wied. Ann. **16**, 234, 1882.
— (b), Wied. Ann. **33**, 417, 1888.
Donle, Wied. Ann. **40**, 307, 1890.
Dorn (a) „ „ **17**, 654, 1882.
— (b) „ „ **17**, 773, 1882.
— (c) „ „ **22**, 265, 1884.
— (d) „ „ **22**, 558, 1884.
— (e) „ „ **36**, 22, 398, 1889.
Dubois-Reymond, Berl. Abh. 1862, 707.
Duncan, Wilkes, Hutchinson, Phil. Mag. (5) **28**, 98, 1889.

Elsas (a), Wied. Ann. **35**, 828, 1888.
— (b), „ „ **42**, 165, 1891.
— (c), „ „ **44**, 654, 1891.
v. Ettingshausen u. Nernst, Exn. Rep. **23**, 93, 1887, Wien. Ber. 94_2, 560, 1886.
Ewing, Phil. Trans. **176**, 548, 1885.
Exner, Exn. Rep. **19**, 99, 1886.

Faraday, Experimental Researches in Electricity, London, 1839—56.
— (a, Art. 377, 1833.
— (b), Art. 824, 1834.
— (c), Art. 835, 1834.
— (d), Art. 839, 1834.
— (e), Ser. I, II, IX, 1831—34.
— (f), Art. 1198, 1837.
Feddersen (a), Pogg. Ann. **113**, 437, 1861.
— (b), Pogg. Ann. **116**, 132, 1862.
Ferraris, N. Cim. (3) **23**, 193, 1888.
Feussner (a), El.-techn. Z. **11**, 242, 1890.
— u. Lindeck (b), El.-techn. Z. **11**, 594, 1890.
— (c), El.-techn. Z. **13**, 99, 1892.
Fleming, Phil. Mag. (5) **20**, 126, 1885.
Fletcher, Phil. Mag. (5) **20**, 1, 1885.
Foster (a), J. Tel. Eng., 1872, Wied. Ann. **26**, 239, 1885.
— (b), Br. Ass. Rep., 1881, 426.
— (c), Phil. Mag. (5) **23**, 121, 1887.
Franke, El.-techn. Z. **12**, 1891.
Freyberg (a), Wied. Ann. **25**, 511, 1885.
— (b), Wied. Ann. **38**, 250, 1889.
Fröhlich, J., Wied. Ann. **22**, 117, 1884.
Frölich, O., (a), Wied. Ann. **30**, 5, 1887.
— (b), El.-techn. Z. **10**, 65, 1889.
Fromme, Wied. Ann. **33**, 80, 1888.

Gauss, Werke, **5**. Bd., Göttingen, 1877.
— (a), p. 81, 1832.
— (b), p. 95.
— (c), p. 332.
— (d), p. 395.
— (e), p. 357, 404.
— u. W. Weber (f), Resultate aus den Beobachtungen des magn. Vereins 1837, 58.
— — (g), ebenda 1838, 98.
Gibson u. Barklay, Phil. Trans. **161**, 573, 1871.
Giese, Wied. Ann. **11**, 443, 1880.
Glazebrook (a), Phil. Mag. (5) **11**, 291, 1881.
— (b), Phil. Mag. (5) **11**, 370, 1881.
—, Dodds u. Sargent (c), Phil. Trans 174_1, 223, 1883.
— (d), Phil. Mag. (5) **18**, 98, 1884.
— (e), „ „ „ **20**, 343, 1885.
— u. Fizpatrik (f), Phil. Trans. **179**, 351, 1888.
— u. Skinner (g), Proc. R. S. Lond. **51**, 60, 1892.

Gordon (a), Phil. Trans. **167**, 1, 1877.
— (b), Phil. Trans. **170**, 417, 1879.
— (c), Proc. R. Soc. Lond. **36**, 4, 1884.
Gouy, C. R. **106**, 540, 1888.
Grassi, Rend. Napoli (2) **1**, 101, 1887.
Gray, A., (a) Absolute Measurements in Electricity and Magnetism. London 1889.
— (b), Theorie and Practice of abs. meas. in electr. and magn., London 1889.
Gray, T., (a) Phil. Mag. (5) **22**, 368, 1886.
— (b), Phil. Mag. (5) **25**, 179, 1888.
Grotrian, Wied. Ann. **31**, 624, 1887.
Guillemin, Ann. ch. phys. (3) **60**, 385, 1860.

Hallwachs (a), Wied. Ann. **29**, 1, 1886.
— (b), Wied. Ann. **29**, 300, 1886.
Hammerl, Wien. Ber. **88**, 278, 1883.
Hartwich, Wied. Ann. **35**, 772, 1888.
Heaviside, Phil. Mag. (4) **45**, 245, 1873.
Helmholtz, H. v., (a) Borch. J. **72**, 69, 1870, Ges. Abh. **1**, 559.
— (b), Berl. Ber. 1883, 405.
— (c), Pogg. Ann. **83**, 505, 1851, Ges. Abh. **1**, 429.
— (d), Verh. d. nat.-med. Vereins, Heidelberg **5**, 27, 1869, Ges. Abh. **1**, 531.
Hertz (a), Wied. Ann. **31**, 421, 1887.
— (b) „ „ **34**, 551, 1888.
Heydweiller (a), Absolute Strommessungen, Dissertation, Würzburg 1886.
— (b), Wied. Ann. **41**, 876, 1890.
— (c), „ „ **43**, 310, 1891.
— (d), „ „ **44**, 533, 1891.
Himstedt (a), Wied. Ann. **11**, 828, 1880.
— (b), Wied. Ann. **18**, 433, 1883.
— (c), „ „ **22**, 281, 1884.
— (d), „ „ **26**, 547, 1885.
— (e), „ „ **28**, 338, 1886.
— (f), „ „ **29**, 560, 1886.
— (g), „ „ **31**, 617, 1887.
— (h), „ „ **33**, 1, 1888.
— (i), „ „ **35**, 126, 1888.
— (k), „ „ **41**, 871, 1890.
Hittorf, Wied. Ann. **7**, 559, 1879.
Hockin, Br. Assoc. Rep. 1879, 285.
Hopkinson (a), Proc. R. S. Lond. **26**, 298, 1877.
— (b), Phil. Mag. (5) **13**, 242, 1882.
Hughes, Phil. Mag. (5) **2**, 50, 1879.
Hutchinson u. Wilkes, Phil. Mag. (5) **28**, 29, 1889.

Jahn, Wied. Ann. **25**, 49, 1885.
Jaumann (a) Wien. Ber. **95_2**, 651, 1887.
— (b), Wien. Ber. **97_2**, 64, 1888.
Jenkin, Br. Assoc. Rep. 1867, 144.
Jones (a), Phil. Mag. (5) **27**, 56, 1889.
— (b), Proc. R. Soc. Lond. **48**, 434, 1890.
Joubert (a), C. R. **91**, 161, 1880.
— (b), Ann. de l'éc. norm. (2) **10**, 145, 1882.
Joule (a), Phil. Mag. (3) **19**, 1841.
— Pogg. Ann. **73**, 337, 1848.
— (b), Br. Assoc. Rep. 1867, 512.

Kahle, Z. f. Instrum. **12**, 117, 1892.
Kelvin, s. W. Thomson.
Kempe, Handbuch der Elektrizitätsmessungen, deutsch v. Baumann, Braunschweig 1883.
Kirchhoff (a), Pogg. Ann. **64**, 497, 1845, Ges. Abh. 1.
— (b), Pogg. Ann. **76**, 412, 1849, Ges. Abh. 118.
— (c), Berl. Ber. 1877, 144, Ges. Abh. 101.
— (d), Berl. Ber. 1880, 601, Ges. Abh. 66.
— u. Hansemann (e), Wied. Ann., **13**, 406, 1881, Ges. Abh., Nachtr., 1.
Kittler (a), Wied. Ann. **17**, 865, 1882.
— (b), „ „ **24**, 593, 1885.
Klemenčič (a), Wien. Ber. **89_2**, 298, 1884.
— (b), Wien. Ber. **91_2**, 712, 1885.
— (c), „ „ **93_2**, 470, 1886.
— (d), „ „ **96_2**, 807, 1887.
— (e), „ „ **97_2**, 838, 1888.
— (f), Exn. Rep. **22**, 587, 1886.
Koch u. Wüllner, Wied. Ann. **45**, 475, 759, 1892.
Koepsel (a), Wied. Ann. **26**, 456, 1885.
— (b), „ „ **31**, 250, 1887.
— (c), Ber. phys. Ges. Berlin **9**, 53, 1890.
Kohlrausch, F., (a), Pogg. Ann. **138**, 1, 1869.
— u. Nippold (b), Pogg. Ann. **138**, 296, 1869.
— (c), Pogg. Ann. **142**, 427, 1871.
— (d), „ „ Erg.Bd. **6**, 1, 1874.

Kohlrausch, F., (e), Wied. Ann. **15**, 533, 1882.
— (f), Wied. Ann. **15**, 550, 1882.
— (g), „ „ **17**, 737, 1882.
— (h), „ „ **18**, 513, 1883.
— (i), „ „ **19**, 130, 1883.
— (k), „ „ **20**, 76, 1883.
— (l), „ „ **20**, 87, 1883.
— (m), „ „ **22**, 411, 1884.
— (m^1), „ „ **24**, 48, 1885.
— (n), El.-techn. Z. **5**, 13, 1884.
— (o), „ „ **6**, 10, 1885.
— (ö), Wied. Ann. **26**, 424, 1885.
— u. W. Kohlrausch (p), Wied. Ann. **27**, 8, 1886.
— (p^1), Wied. Ann. **29**, 51, 1886.
— (q), „ „ **31**, 95, 1887.
— (r), „ „ **31**, 595, 1887.
— (s), „ „ **31**, 600, 1887.
— (t), „ „ **31**, 609, 1887.
— (u), „ „ **35**, 700, 1888.
— (v), Leitfaden d. prakt. Physik. 7. Aufl., Leipzig 1892.
Kohlrausch, R., Pogg. Ann. **72**, 353, 1847.
Kreichgauer, Wied. Ann. **25**, 289, 1885.
Krüger, Wied. Ann. **32**, 572, 1887.
Kugel, El.-techn. Z. **13**, 8, 1892.

v. Lang, Wied. Ann. **26**, 145, 1885.
Lebedew, Wied. Ann. **44**, 288, 1891.
Lecher (a), Wied. Ann. **42**, 142, 1891.
— (b) „ „ **41**, 850, 1890.
Ledeboer, J. de phys. (2) **6**, 335, 1887.
Leduc, J. de phys. (2) **6**, 184, 1887.
Lenard u. Howard (a), El.-techn. Z. **9**, 340, 1888.
— (b), Wied. Ann. **39**, 619, 1890.
Lenz, E., (a), Pogg. Ann. **31**, 483, 1834.
— (b), Pogg. Ann. **59**, 203, 407, 1843.
— (c), „ „ **61**, 18, 1844.
Lenz, R., u. Restzow, Études électrométrologiques, 1884.
Lindeck (a), El.-techn. Z. **13**, 153, 1892.
— (b), El.-techn. Z. **13**, 161, 1892.
Lippich, Wien. Ber. **98_2**, 188, 1889.
Lippmann (a), Ann. ch. phys. (5) **5**, 494, 1873.
— (b), C. R. **83**, 192, 1876.
— (c), „ „ **93**, 713, 955, 1881.
— (d), „ „ **94**, 36, 1881.
— (e), „ „ **95**, 634, 1154, 1348, 1882.
— (f), J. de phys. (2) **3**, 384, 1884.
— (g), C. R. **102**, 666, 1886.
Lodge, Phil. Mag. (5) **3**, 515, 1877.
Lorenz, L., (a), Pogg. Ann. **149**, 251, 1873.
— (b), Wied. Ann. **25**, 1, 1885.

Mac Kichan, Phil. Mag. (4) **47**, 218, 1874.
Mance, Proc. R. Soc. Lond. **19**, 248, 1871.
Mascart (a), J. de phys. (1) **6**, 169, 1877.
— (b), J. de phys. (2), **1**, 109, 1882.
— de Nerville, Benoit (c), J. de phys. (2) **3**, 236, 1884.
— (d), J. de phys. (2) **3**, 283, 1884.
— (e), C. R. **109**, 393, 1889.
— u. Joubert, Elektrizität u. Magnetismus, deutsch v. Levy, Berlin 1888.
Matthiessen (a), Pogg. Ann. **103**, 428, 1858.
— (b), Pogg. Ann. **110**, 21, 1860.
— u. v. Bose (c), Pogg. Ann. **115**, 353, 1862.
— (d), Pogg. Ann. **118**, 431, 1863.
Maxwell (a) Phil. Trans. **155_1**, 508, 1865.
— (b), Phil. Trans. **158**, 643, 1868.
— (c), Elektrizität und Magnetismus, deutsch v. Weinstein, Berlin 1883.
Meyer, P., El.-techn. Z. **10**, 582, 1889.
Milthaler, Wied. Ann. **46**, 297, 1892.
Mouton, J. d. phys. (1) **6**, 5, 46, 1877.

Negreano, C. R. **114**, 345, 1892.
Nernst, Wied. Ann. **31**, 760, 1887.
Neumann, F. E., (a), Die mathematischen Gesetze der induzierten el. Ströme, Berlin 1846.
— (b), Ein allgemeines Prinzip der mathematischen Theorie induzierter el. Ströme, Berlin 1848.
Nichols, Phil. Mag. (5) **31**, 123, 1891.
Nicholson, Phil. Trans. **78**, 403, 1788.
Niven, Phil. Mag. (5) **24**, 225, 1887.

Obach, Carls Rep. **14**, 507, 1878.
Oberbeck (a), Wied. Ann. **6**, 210, 1879.
— u. Bergmann (b), Wied. Ann. **31**, 792, 1887.
Obermayer, Wien. Ber. **100_2**, 134, 1891.
Ohm, Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet, Berlin 1827.

Ostwald (a), Z. f. phys. Chem. **1**, 401, 1887.
— (b), Z. f. phys. Chem. **1**, 583, 1887.

Paalzow u. Rubens, Wied. Ann. **37**, 529, 1889.
Palaz, J. d. phys. (2) **5**, 370, 1885.
Paschen (a), Wied. Ann. **37**, 69, 1889.
— (b), Wied. Ann. **39**, 43, 1890.
— (c), „ „ **41**, 42, 1890.
Passavant, Wied. Ann. **40**, 505, 1890.
Pellat (a), J. de phys. (2) **6**, 109, 1887.
— u. Potier (b), J. de phys. (2) **9**, 381, 1890.
— (c), J. de phys. (2) **10**, 389, 1891.
Perry (a), Phil. Mag. (5) **30**, 223, 1890.
— (b), Phil. Mag. (5) **32**, 185, 1891.
Petrina, Pogg. Ann. **57**, 111, 1842.
Poggendorff (a), Pogg. Ann. **7**, 121, 1826.
— (b), Pogg. Ann. **54**, 161, 1841.
— (c), „ „ **56**, 324, 1842.
Poincaré, Electricité et optique, Paris 1890.
Potier, J. de phys. (1) **9**, 445, 1881.
Pouillet, C. R. **4**, 267, 1837.
Preece, El.-techn. Z. **11**, 360, 1885.
Puluj, Wien. Ber. **100**$_2$, 327, 1891.

Quincke (a), Wied. Ann. **19**, 545, 705, 1883.
— (b), Wied. Ann. **24**, 347, 1885.
— (c), „ „ **28**, 529, 1886.

Rayleigh (a), Proc. Math. Soc. Lond. **7**, 74, 1875/76.
— u. Schuster (b), Proc. R. S., Lond. **32**, 117, 1881.
— (c), Phil. Trans. **173**$_2$, 661, 1882.
— (d), Proc. Cambr. Soc. **5**, 1883.
— u. Sidgwick (e), Phil. Trans. **174**$_1$, 173, 295, 1883.
— — (f), Phil. Trans. **175**$_2$, 411, 1884.
— (g), Proc. R. S. Lond. **37**, 146, 1884.
— (h), Phil. Trans. **176**$_2$, 343, 1885.
— (i), „ „ **176**$_2$, 781, 1885.
— (k), Phil. Mag. (5) **21**, 369, 381, 1886.
— (l), „ „ **22**, 468, 1886.
— (m), Proc. R. Soc. Lond. **49**, 203, 1891.
Reinold, Chem. News **53**, 153, 1886.
Richarz, Wied. Ann. **39**, 67, 1890.
Righi (a), Mem. d. Bologna (3) **7**, 193, 1876.
— (b), Mem. Linc. (3) **19**, 549, 1884.
— (c), N. Cim. (3) **24**, 123, 1888.
Rimington, Phil. Mag. (5) **24**, 54, 1887.
Roiti (a), N. Cim. (3) **16**, 175, 1884.
— (b), „ „ (3) **15**, 97, 1884.
— (c), „ „ (3) **17**, 185, 1885.
Romich, Wien. Ber. **70**, 367, 380, 1874.
Rosa (a), Phil. Mag. (5) **28**, 315, 1889.
— (b), Phil. Mag. (5) **31**, 188, 1891.
Rosetti, N. Cim. (2) **10**, 170, 270, 1873.
Rowland (a), Phil. Mag. (4) **46**, 140, 1873.
— (b), Sill. J. (3) **15**, 281, 1878.
—, Kimball, Duncan (c) { El.-techn. Z. **6**, 441, 1885. Br. Ass. Rep. 1887.
—, Hall, Fletcher (d), Phil. Mag. (5) **28**, 304, 1889.
Ryan, Lum. él. **34**, 330, 1889.

Sabine, Phil. Mag. (4) **25**, 161, 1863.
Salvioni (a), Rend. Linc. (4) **4**, 136, 1888.
— (b), Rend. Linc. (4) **5**, 145, 1889.
— (c), Mem. Linc. (4) **6**, 263, 1889.
— (d), Rend. Linc. (4) **6**, 321, 1890.
Schering, Wied. Ann. **9**, 287, 452, 1880.
Schiller, Pogg. Ann. **152**, 535, 1874.
Schwendler, Pogg. Ann. **130**, 574, 1867.
Sheldon, Wied. Ann. **34**, 122, 1888.
Shida, Phil. Mag. (5) **10**, 431, 1880.
Shrader, Wied. Ann. **44**, 222, 1891.
Siemens, W. v., (a), Pogg. Ann. **102**, 66, 1857.
Wissenschaftl. Arbeiten **1**, 82.
— (b), Pogg. Ann. **110**, 1, 1860.
Wiss. Arb. **1**, 153.
— (c), Br. Assoc. Rep. 1860.
Wiss. Arb. **1**, 128.
— (d), Pogg. Ann. Jubelbd. 445, 1874.
Wiss. Arb. **1**, 211.
— (e), El.-techn. Z. **3**, 408, 1882.
Siemens, Wilh., Br. Assoc. Rep. 1867, 142.
Silow (a), Pogg. Ann. **156**, 389, 1875.
— (b), „ „ **158**, 306, 1876.

Sachverzeichnis.

(Die Zahlen bezeichnen die Seiten.)

Bezeichnungen und Abkürzungen.

a Abstand, Skalenabstand.
α Winkel, Ausschlag.
A Arbeit.
c Kapazität.
cm Centimeter.
c. g. s. E. Centimeter-Gramm-Sekunden-Einheiten.
D Direktionskraft, Richtkraft.
D. C., *δ* } Dielektrizitätskonstante.
e, E. M. K. } Elektromotorische Kraft, Spannungsunterschied, Potentialdifferenz.
e. s. M. elektrostatisches Maass.
e. m. M. elektromagnetisches Maass.
f Fläche, Windungsfläche einer Drahtspule.
F magnetische (elektrische) Feldstärke.
g Beschleunigung der Schwerkraft.
gr Gramm.
G Galvanometerkonstante.
H Horizontalintensität eines Magnetfeldes.
i Stromstärke.
I. C. Induktionskoëffizient.
k Dämpfungsverhältnis.
K Trägheitsmoment.
$\varkappa = k^{(1/\pi)\, arctg\, \pi/\Lambda}$, Dämpfungsfaktor.
l Länge.
lg Logarithmus.
lgn natürlicher Logarithmus.
$\lambda = lg\, k$ logarithmisches Dekrement.
$\Lambda = lgn\, k$ natürliches logarithmisches Dekrement.

λ Polabstand eines Magneten, elektrisches Leitungsvermögen.
L Leistung, Arbeit in der Zeiteinheit.
m Masse.
M magnetisches Moment.
μ Magnetismusmenge, Magnetpol.
n Skalenausschlag, Windungszahl, Schwingungszahl in der Sekunde.
N Windungszahl.
$p =$ I. C. Induktionskoëffizient.
$p_1 =$ S. I. C. Selbstinduktionskoëffizient.
$p_{12} =$ G. I. C. gegenseitiger Induktionskoëffizient.
q Elektrizitätsmenge.
r Halbmesser, Radius.
R Reduktionsfaktor eines Instruments.
sec Sekunde.
σ specifischer Widerstand.
t Zeit, Schwingungsdauer.
ϑ Temperatur.
Θ Torsionskoëffizient.
v kritische Geschwindigkeit, Verhältnis zwischen e. s. M. und e. m. M.
V Verdet'sche Konstante.
w Widerstand.
W-Brücke Wheatstone'sche Brücke.

Die kleinen Buchstaben hinter den Namen im Text beziehen sich auf das Namen- und Litteraturverzeichnis am Schluss, die Zahlen im Text auf die Abschnitte dieses Buchs.

Tabelle 1.

Reduktion der Ausschläge bei Beobachtung mit Spiegel und Skale auf den Bogen φ, $tg\ \varphi$, $sin\ \varphi$ und $2\ sin\ \varphi/2$; vergl. **49.**

n der Ausschlag vom Lothpunkt der Skale ab gerechnet,
a der Skalenabstand,
$\delta = n / a$.

Man erhält φ, $tg\ \varphi$, $sin\ \varphi$, $2\ sin\ \varphi/2$ durch Multiplikation von $\delta/2$ mit dem betreffenden zu δ gehörigen Korrektionsfaktor der Tabelle; derselbe ist gleich *1* weniger dem in zweiter Spalte stehenden Ausdruck.

Korrektions-faktor für	$\delta =$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
φ	$^1/_3\ \delta^2$	0,99997	0,99987	0,99970	0,99947	0,99917	0,99880	0,99837	0,99787	0,99730	0,99667
$tg\ \varphi$	$^1/_4\ \delta^2$	0,99998	0,99990	0,99978	0,99960	0,99938	0,99910	0,99878	0,99840	0,99798	0,99750
$sin\ \varphi$	$^3/_8\ \delta^2$	0,99996	0,99985	0,99966	0,99940	0,99906	0,99865	0,99816	0,99760	0,99696	0,99625
$2\ sin\ \varphi/2$	$^{11}/_{32}\ \delta^2$	0,99997	0,99986	0,99969	0,99945	0,99914	0,99876	0,99832	0,99780	0,99722	0,99656
	$\delta =$	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20
φ	$^1/_3\ \delta^2 - {}^1/_5\ \delta^4$	0,99600	0,99525	0,99443	0,99355	0,99260	0,99160	0,99054	0,98941	0,98823	0,98700
$tg\ \varphi$	$^1/_4\ \delta^2 - {}^1/_8\ \delta^4$	0,99699	0,99643	0,99582	0,99515	0,99444	0,99368	0,99288	0,99203	0,99114	0,99020
$sin\ \varphi$	$^3/_8\ \delta^2 - {}^{31}/_{128}\ \delta^4$	0,99550	0,99465	0,99372	0,99272	0,99166	0,99054	0,98935	0,98809	0,98677	0,98539
$2\ sin\ \varphi/2$	$^{11}/_{32}\ \delta^2 - {}^{431}/_{2048}\ \delta^4$	0,99587	0,99508	0,99423	0,99331	0,99233	0,99129	0,99020	0,98905	0,98775	0,98659
	$\delta =$	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,30
φ	$\delta^2/3 - \delta^4/5 + \delta^6/7$	0,98568	0,98432	0,98291	0,98144	0,97992	0,97834	0,97671	0,97503	0,97330	0,97152
$tg\ \varphi$	$\delta^2/4 - \delta^4/8 + 5\delta^6/64$	0,98921	0,98818	0,98711	0,98600	0,98485	0,98366	0,98242	0,98113	0,97981	0,97845

Tabelle 2.

Reduktion der Schwingungsdauer auf kleine Bögen; vergl. 53.

Die bei einem mittleren Schwingungsbogen α in Bogengraden oder abs. Winkelmaass beobachtete Schwingungsdauer wird durch Multiplikation mit dem Korrektionsfaktor aus der Tabelle auf kleine Bögen reduziert.

Der Korrektionsfaktor ist: $1 - {}^1/_4 \sin^2 \alpha/_4 - {}^5/_{64} \sin^4 \alpha/_4$.

$\alpha =$ 1°	= 0,0175	1,00000	$\alpha =$ 11°	= 0,1920	0,99942	$\alpha =$ 21°	= 0,3665	0,99790
2°	0,0349	0,99998	12°	0,2094	0,99931	22°	0,3840	0,99770
3°	0,0524	0,99996	13°	0,2269	0,99920	23°	0,4014	0,99749
4°	0,0698	0,99992	14°	0,2443	0,99907	24°	0,4189	0,99726
5°	0,0873	0,99988	15°	0,2618	0,99893	25°	0,4363	0,99703
6°	0,1047	0,99983	16°	0,2793	0,99878	26°	0,4538	0,99678
7°	0,1222	0,99977	17°	0,2967	0,99862	27°	0,4712	0,99653
8°	0,1396	0,99970	18°	0,3142	0,99846	28°	0,4887	0,99627
9°	0,1571	0,99961	19°	0,3316	0,99828	29°	0,5061	0,99600
10°	0,1745	0,99952	20°	0,3491	0,99810	30°	0,5236	0,99572

Tabelle 3.

Logarithmisches Dekrement, Dämpfungsverhältnis, Dämpfungsfaktor; vergl. 54 ff., 99.

$\lambda = lg\, k,\ \Lambda = lgn\, k,\ \varkappa = k^{(1/\pi)\, arctg\, \pi / \Lambda},\ t_0 = t / \sqrt{1 + \Lambda^2/\pi^2}$.

λ	Λ	k	$\sqrt{1+\Lambda^2/\pi^2}$	$\varkappa$	λ	Λ	k	$\sqrt{1+\Lambda^2/\pi^2}$	$\varkappa$
0,00	0,0000	1,000	1,0000	1,0000	0,50	1,1513	3,162	1,0650	1,5635
0,02	0,0461	1,047	1,0001	1,0231	0,52	1,1973	3,311	1,0702	1,5839
0,04	0,0921	1,096	1,0004	1,0463	0,54	1,2434	3,467	1,0755	1,6041
0,06	0,1382	1,148	1,0010	1,0694	0,56	1,2894	3,631	1,0810	1,6240
0,08	0,1842	1,202	1,0017	1,0927	0,58	1,3355	3,802	1,0866	1,6437
0,10	0,2303	1,259	1,0027	1,1160	0,60	1,3816	3,981	1,0924	1,6630
0,12	0,2763	1,318	1,0039	1,1393	0,62	1,4276	4,169	1,0984	1,6820
0,14	0,3224	1,380	1,0052	1,1626	0,64	1,4736	4,365	1,1046	1,7008
0,16	0,3684	1,445	1,0069	1,1859	0,66	1,5197	4,571	1,1109	1,7193
0,18	0,4145	1,514	1,0087	1,2091	0,68	1,5658	4,786	1,1173	1,7375
0,20	0,4605	1,585	1,0107	1,2324	0,70	1,6118	5,012	1,1239	1,7554
0,22	0,5066	1,660	1,0130	1,2555	0,72	1,6579	5,248	1,1307	1,7730
0,24	0,5526	1,738	1,0155	1,2785	0,74	1,7039	5,495	1,1376	1,7904
0,26	0,5987	1,820	1,0180	1,3014	0,76	1,7500	5,754	1,1447	1,8074
0,28	0,6447	1,905	1,0208	1,3242	0,78	1,7960	6,026	1,1519	1,8241
0,30	0,6908	1,995	1,0239	1,3469	0,80	1,8421	6,310	1,1592	1,8406
0,32	0,7368	2,089	1,0271	1,3694	0,82	1,8881	6,607	1,1667	1,8567
0,34	0,7829	2,188	1,0306	1,3918	0,84	1,9342	6,918	1,1743	1,8726
0,36	0,8289	2,291	1,0342	1,4140	0,86	1,9802	7,244	1,1821	1,8882
0,38	0,8750	2,399	1,0381	1,4360	0,88	2,0263	7,586	1,1900	1,9035
0,40	0,9210	2,512	1,0421	1,4578	0,90	2,0723	7,943	1,1980	1,9185
0,42	0,9671	2,630	1,0463	1,4794	0,92	2,1184	8,318	1,2061	1,9332
0,44	1,0131	2,754	1,0507	1,5008	0,94	2,1644	8,710	1,2144	1,9476
0,46	1,0592	2,884	1,0553	1,5219	0,96	2,2105	9,120	1,2228	1,9617
0,48	1,1052	3,020	1,0601	1,5428	0,98	2,2565	9,550	1,2312	1,9756

Tabelle 5.

Zur Berechnung der Kraftwirkung zwischen zwei Stromkreisen.

Werte von $\log\left[\sin\gamma\left\{F\gamma-(1+\sec^2\gamma)E\gamma\right\}\right]$ für $\gamma=55^0$ bis $\gamma=70^0$

nach Rayleigh (f); vergl. **85**.

55,0°	$\bar{1}$,919890	59,0	0,126735	63,0	0,336063	67,0	0,553493
1	$\bar{1}$,925067	1	0,131917	1	0,341373	1	0,559095
2	$\bar{1}$,930244	2	0,137101	2	0,346688	2	0,564706
3	$\bar{1}$,935420	3	0.142286	3	0,352008	3	0,570328
4	$\bar{1}$,940594	4	0,147474	4	0,357333	4	0,575960
5	$\bar{1}$,945768	5	0,152664	5	0,362664	5	0,581602
6	$\bar{1}$,950940	6	0,157855	6	0,368000	6	0,587255
7	$\bar{1}$,956112	7	0,163049	7	0,373342	7	0,592919
8	$\bar{1}$,961284	8	0,168244	8	0,378690	8	0,598594
9	$\bar{1}$,966454	9	0,173441	9	0,384042	9	0,604279
56,0	$\bar{1}$,971623	60,0	0,178641	64,0	0,389401	68,0	0,609977
1	$\bar{1}$,976792	1	0,183843	1	0,394767	1	0,615685
2	$\bar{1}$,981960	2	0,189048	2	0,400138	2	0,621405
3	$\bar{1}$,987129	3	0,194255	3	0,405515	3	0,627137
4	$\bar{1}$,992297	4	0,199464	4	0,410899	4	0,632881
5	$\bar{1}$,997464	5	0,204675	5	0,416289	5	0,638637
6	0,002630	6	0,209889	6	0,421686	6	0,644405
7	0,007797	7	0,215106	7	0,427089	7	0,650186
8	0,012963	8	0,220326	8	0,432500	8	0,655979
9	0,018130	9	0,225549	9	0,437917	9	0,661785
57,0	0,023296	61,0	0,230775	65,0	0,443340	69,0	0,667604
1	0,028463	1	0,236005	1	0,448772	1	0,673437
2	0,033630	2	0,241237	2	0,454211	2	0,679283
3	0,038797	3	0,246472	3	0,459656	3	0,685143
4	0,043964	4	0,251711	4	0,465110	4	0,691017
5	0,049132	5	0,256952	5	0,470571	5	0,696904
6	0,054300	6	0,262198	6	0,476039	6	0,702806
7	0,059468	7	0.267448	7	0,481516	7	0,708722
8	0,064636	8	0,272701	8	0,487001	8	0,714653
9	0,069806	9	0,277958	9	0,492494	9	0,720598
58,0	0,074977	62,0	0,283219	66,0	0,497996		
1	0,080148	1	0,288484	1	0,503505		
2	0,085320	2	0,293753	2	0,509023		
3	0,090493	3	0,299026	3	0,514550		
4	0,095666	4	0,304303	4	0,520086		
5	0,100841	5	0,309585	5	0,525630		
6	0,106017	6	0,314872	6	0,531184		
7	0,111195	7	0,320162	7	0,536747		
8	0,116374	8	0,325457	8	0,542319		
9	0,121553	9	0,330757	9	0,547902		

Tabelle 6.

Berechnung des gegenseitigen Induktionskoëffizienten zweier Kreise nach Maxwell (c); vergl. **156.**

$$f(\gamma) = (2 / \sin\gamma - \sin\gamma)\, F(\gamma) - (2 / \sin\gamma)\, E(\gamma).$$

γ	$lg\ f(\gamma)$	γ	$lg\ f(\gamma)$	γ	$lg\ f(\gamma)$	γ	$lg\ f(\gamma)$
60,0°	$\bar{1}$,499478	62,3°	$\bar{1}$,563278	64,6°	$\bar{1}$,626659	66,8°	$\bar{1}$,687198
1	502265	4	566040	7	629410	9	689953
2	505050	5	568801	8	632161		
3	507834	6	571562	9	634912	67,0	692708
4	510617	7	574322			1	695464
5	513399	8	577081	65,0	637663	2	698221
6	516179	9	579839	1	640414	3	700978
7	518958			2	643164	4	703736
8	521736	63,0	582597	3	645915	5	706495
9	524513	1	585355	4	648666	6	709254
		2	588111	5	651417	7	712015
61,0	527288	3	590867	6	654168	8	714776
1	530063	4	593623	7	656919	9	717537
2	532836	5	596378	8	659670		
3	535608	6	599133	9	662421	68,0	720300
4	538380	7	601887			1	723064
5	541150	8	604641	66,0	665173	2	725829
6	543919	9	607394	1	667925	3	728594
7	546687			2	670677	4	731361
8	549454	64,0	610147	3	673430	5	734129
9	552221	1	612900	4	676182	6	736897
		2	615652	5	678936	7	739667
62,0	554986	3	618404	6	681689	8	742439
1	557751	4	621156	7	684443	9	745211
2	560515	5	623908				

Tabelle 7.

Zur Berechnung von Selbstinduktionskoëffizienten nach Stefan; vergl. **157.**

h/b	y_1	y_2	h/b	y_1	y_2
0	0,50000	0,1250	0,55	0,80815	0,3437
0,05	54899	1269	0,60	81823	3839
0,10	59243	1325	0,65	82648	4274
0,15	63102	1418	0,70	83311	4739
0,20	66520	1548	0,75	83831	5234
0,25	69532	1714	0,80	84225	5760
0,30	72172	1916	0,85	84509	6317
0,35	74469	2152	0,90	84697	6902
0,40	76454	2423	0,95	84801	7518
0,45	78154	2728	1,00	84834	8162
0,50	79600	3066			

Tabelle 8.

σ_0 Specifischer Widerstand bei 0^{0} in c. g. s. E. von reinen Metallen und Legierungen.

λ_0 Relatives Leitungsvermögen bei 0^{0} bezogen auf Quecksilber von 0^{0}.

α Temperaturkoëffizient des spec. Widerstandes $\sigma_{\vartheta} = \sigma_0 (1 + \alpha\vartheta)$; vergl. **135.**

	Spec. Gewicht	σ_0	λ_0	α	Widerstand eines Drahtes 1m lang 1mm dick	Beobachter
Silber ausgeglüht	10,5	1450	65	$0{,}0_{2}38$	0,0184 Ohm	Matthiessen (a—d) und W. v. Siemens (b)
„ hartgezogen		1600	56			
Kupfer ausgeglüht	8,9	1520	62	$0{,}0_{2}39$	0,0193 „	
„ hartgezogen		1570	60			
Gold ausgeglüht	19,3	1960	48	$0{,}0_{2}37$	0,0250 „	
„ hartgezogen		2000	47			
Aluminium ausgeglüht	2,6	2940	32	$0{,}0_{2}39$	0,0374 „	
Zink gepresst	7,1	5380	17,5	$0{,}0_{2}37$	0,068 „	
Cadmium „	8,7	6580	14,3	$0.0_{2}37$	0,084 „	
Kobalt ausgeglüht		9040	10,4		0,115 „	
Eisen „	7,8	9320	10,1	$0{,}0_{2}41$	0,119 „	
Platin „	21,5	11300	8,3	$0{,}0_{2}38$	0,144 „	
Nickel „	8,9	11900	7,9	$0{,}0_{2}35$	0,152 „	
Zinn gepresst	7,3	12500	7,5	$0{,}0_{2}36$	0,160 „	
Blei „	11,4	18800	5,0	$0{,}0_{2}39$	0,240 „	
Antimon „	6,7	33600	2,8	$0{,}0_{2}39$	0,428 „	
Wismut „	9,8	125000	0,75	$0{,}0_{2}35$	1,60 „	
Platiniridium	21,6	25000	3,8	$0{,}0_{2}126$	0,32 „	Klemenčič (e)
Platinsilber		30000	3,1	$0{,}0_{3}27$	0,38 „	
Neusilber (60 Cu, 25 Zn, 14 Ni, 0,3 Fe)	8,6	28000	3,4	$0{,}0_{3}36$	0,36 „	Feussner und Lindeck (b)
Nickelin (55—62 Cu, 20 Zn, 18—25 Ni, 0,5 Fe, 0,3 Mn)	9	31-42000	3,0-2,2	$0{,}0_{3}3$	0,39—53 „	
Patentnickel (75 Cu, 0,5 Zn, 24 Ni, 0,7 Fe, 0,2 Mn)		31000	3,0	$0{,}0_{3}2$	0,39 „	
Mangannickelkupfer (73 Cu, 24 Mn, 3 Ni)		45000	2,1	$-0{,}0_{4}3$	0,57 „	
Mangankupfer (70 Cu, 30 Mn)		95000	1,0	$+0{,}0_{4}4$	1,21 „	
Quecksilber	spec. Gewicht bei ϑ^{0}: $13{,}596(1-0{,}0_{3}181\,\vartheta)$	$\sigma_0 = 94074(1 + 0{,}0_{3}900\,\vartheta + 0{,}0_{6}50\,\vartheta^{2})$ oder $(1 + 0{,}0_{3}892\,\vartheta + 0{,}0_{6}50\,\vartheta^{2})$ für die scheinb. Widerstandsänderung in Glas				Strecker, Salvioni (c)
Gaskohle	$\sigma = 5 \times 10^{6}$, $\lambda = 0{,}02$, $\alpha = -0{,}0_{2}25$					

Tabelle 9.

Relatives Leitungsvermögen λ_{18} von wässerigen Lösungen bei 18° bezogen auf Quecksilber von 0° und Temperaturkoëffizient α, $\lambda_{\vartheta} = \lambda_{18} (1 + \alpha (\vartheta - 18^0))$ nach F. Kohlrausch (v).

Gelöster Elektrolyt	Prozentgehalt = Gewichtsteile des Elektrolyts (wasserfrei) in 100 Gewichtsteilen Lösung												
	5	10	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80	$\lambda_{max.}$
H_2SO_4 λ_{18}	$19{,}5 \times 10^{-6}$	$36{,}6 \times 10^{-6}$	$50{,}8 \times 10^{-6}$	$61{,}1 \times 10^{-6}$	$67{,}1 \times 10^{-6}$	$69{,}1 \times 10^{-6}$	$67{,}8 \times 10^{-6}$	$63{,}6 \times 10^{-6}$	$50{,}5 \times 10^{-6}$	$34{,}9 \times 10^{-6}$	$20{,}2 \times 10^{-6}$	$10{,}3 \times 10^{-6}$	$69{,}2 \times 10^{-6}$
α	0,0121	0,0128	0,0136	0,0145	0,0154	0,0162	0,0170	0,0178	0,0193	0,0213	0,0256	0,0349	b. 30,4 %
HNO_3 λ_{18}	$24{,}1 \times 10^{-6}$	$43{,}1 \times 10^{-6}$	$57{,}3 \times 10^{-6}$	$66{,}5 \times 10^{-6}$	$72{,}0 \times 10^{-6}$	$73{,}4 \times 10^{-6}$	$71{,}9 \times 10^{-6}$	$68{,}6 \times 10^{-6}$	$59{,}0 \times 10^{-6}$	$48{,}0 \times 10^{-6}$	$37{,}0 \times 10^{-6}$	$25{,}0 \times 10^{-6}$	$73{,}4 \times 10^{-6}$
α	0,0150	0,0145	0,0140	0,0138	0,0138	0,0139	0,0143	0,0149	0,016	0,016	0,015	0,013	b. 29,7 %
$CuSO_4$ λ_{18}	$1{,}8 \times 10^{-6}$	$3{,}0 \times 10^{-6}$	$3{,}9 \times 10^{-6}$										
α	0,022	0,022	0,023										
$ZnSO_4$ λ_{18}	$1{,}8 \times 10^{-6}$	$3{,}0 \times 10^{-6}$	$3{,}9 \times 10^{-6}$	$4{,}3 \times 10^{-6}$	$4{,}4 \times 10^{-6}$	$4{,}1 \times 10^{-6}$	$3{,}3 \times 10^{-6}$						$4{,}42 \times 10^{-6}$
α	0,023	0,023	0,023	0,024	0,026	0,030	0,040						b. 23,5 %
$AgNO_3$ λ_{18}	$2{,}4 \times 10^{-6}$	$4{,}4 \times 10^{-6}$	$6{,}4 \times 10^{-6}$	$8{,}1 \times 10^{-6}$	$9{,}9 \times 10^{-6}$	$11{,}6 \times 10^{-6}$	$13{,}1 \times 10^{-6}$	$14{,}6 \times 10^{-6}$	$17{,}3 \times 10^{-6}$	$19{,}6 \times 10^{-6}$			
α	0,022	0,022	0,022	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021			

Leitungsvermögen des reinen Wassers $0{,}7 - 3 \times 10^{-10}$,
" " Äthylalkohols $0{,}2 - 2 \times 10^{-10}$,
" " Amylalkohols etwa $0{,}16 \times 10^{-10}$.

Salzlösungen in Äthylalkohol haben bei gleichem Prozentgehalt ein 5—100 mal kleineres Leitungsvermögen, als wässerige Lösungen.

Tabelle 4.

Horizontalintensität des Erdmagnetismus in c. g. s. E. für 1894, nach Neumayer.

Die Zahlen sind nur als Näherungswerte zu benutzen, da sie besonders im Innern von Gebäuden erheblichen örtlichen und zeitlichen Schwankungen unterliegen. Auch fehlen Neubestimmungen für Süddeutschland. Die mittlere jährliche Zunahme beträgt gegenwärtig + 0,00015 c. g. s. E. Die Deklination nimmt von Osten nach Westen ziemlich regelmässig zu und liegt in Deutschland gegenwärtig zwischen 6° und 14° westlich. Die Inklination von Süden nach Norden zunehmend zwischen 60° und 63°.

Nördliche Breite	Länge östlich von Greenwich.								
	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°
55°	0,173	0,174	0,176	0,177	0,177	0,178	0,180	0,180	0,180
54°	0,177	0,178	0,179	0,180	0,181	0,183	0,185	0,186	0,186
53°	0,180	0,181	0,183	0,184	0,186	0,187	0,188	0,188	0,188
52°	0,185	0,186	0,187	0,188	0,190	0,190	0,191	0,191	0,191
51°	0,189	0,190	0,191	0,192	0,194	0,194	0,195	0,196	0,196
50°	0,193	0,194	0,195	0,196	0,197	0,198	0,199	0,201	0,201
49°	0,197	0,198	0,199	0,200	0,201	0,203	0,204	0,205	0,206
48°	0,200	0,201	0,203	0,204	0,205	0,207	0,209	0,210	0,211
47°	0,205	0,206	0,207	0,209	0,210	0,211	0,213	0,214	0,216
46°	0,209	0,210	0,211	0,213	0,215	0,216	0,218	0,219	0,221
45°	0,213	0,215	0,216	0,217	0,219	0,220	0,222	0,224	0,226

Tabelle 11.

Specifischer Widerstand von Isolatoren in c. g. s. E. nach Ayrton und Perry; vergl. **135.**

Glimmer	$0,084 \times 10^{24}$
Guttapercha	0,45 „
Schellack	9,0 „
Ebonit	28 „
Paraffin	34 „

Tabelle 12.

Widerstand bei Wechselströmen; vergl. **104.**

w Ohm'scher Widerstand bei konstantem Strom,
w_n wahrer Widerstand bei Wechselströmen von der Frequenz n,
l die Länge des Leiters,
$q^2 = 8\pi\, n\, l/w$.

$q =$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$\frac{w_n}{w} =$	1,0000	1,0001	1,0258	1,0805	1,1747	1,3180	1,4920	1,6778	1,8628

$q =$	5,0	5,5	6,0	8,0	10,0	15,0	20,0	sehr gross
$\frac{w_n}{w} =$	2,0430	2,2190	2,3937	3,0956	3,7940	5,5732	7,3250	$\frac{q}{2\sqrt{2}}$

Tabelle

Relatives molekulares Leitungsvermögen nach F.

λ relatives Leitungsvermögen
μ Gehalt von 1 L.

(Die in erster Spalte enthaltenen Grenzwerte für äusserste

Gelöster Elektrolyt	Äquivalentgewicht	Grenzwert	Werte von			
			0,0001	0,0006	0,001	0,006
	O = 16					
$^1/_2$ H_2SO_4	49,0	38,0×10^{-6}	—	—	33,5×10^{-6}	30,0×10^{-6}
$^1/_2$ K_2SO_4	87,2	12,8 „	12,5×10^{-6}	12,2×10^{-6}	12,1 „	11,3 „
$^1/_2$ $CuSO_4$	79,7	11,0 „	10,6 „	9,9 „	9,5 „	7,40 „
$^1/_2$ $MgSO_4$	60,2	10,8 „	10,3 „	9,7 „	9,3 „	7,73 „
$^1/_2$ $ZnSO_4$	80,7	10,8 „	10,2 „	9,5 „	9,2 „	7,44 „
$^1/_2$ Na_2SO_4	71,1	10,6 „	10,3 „	10,1 „	10,0 „	9,3 „
$^1/_2$ Li_2SO_4	55,1	9,7 „	9,4 „	9,2 „	9,1 „	8,4 „
KJ	166,0	12,2 „	12,2 „	12,1 „	12,0 „	11,8 „
HCl	36,5	35,5 „	—	—	34,5 „	34,4 „
KCl	74,6	12,2 „	12,1 „	12,0 „	11,9 „	11,6 „
NH_4Cl	53,5	12,1 „	12,1 „	12,0 „	11,9 „	11,6 „
$^1/_2$ $BaCl_2$	103,9	11,5 „	11,3 „	11,0 „	10,9 „	10,3 „
$^1/_2$ $ZnCl_2$	68,1	10,4 „	10,3 „	10,0 „	9,9 „	9,4 „
NaCl	58,5	10,3 „	10,3 „	10,1 „	10,1 „	9,8 „
LiCl	42,5	9,6 „	9,4 „	9,3 „	9,2 „	8,9 „
HNO_3	63,0	35,0 „	—	—	34,3 „	34,2 „
KNO_3	101,2	12,1 „	12,1 „	11,9 „	11,8 „	11,4 „
$^1/_2$ BaN_2O_6	130,5	11,2 „	11,0 „	10,7 „	10,5 „	9,8 „
$AgNO_3$	170,0	10,9 „	10,8 „	10,7 „	10,7 „	10,3 „
$NaNO_3$	85,1	9,8 „	9,7 „	9,6 „	9,5 „	9,2 „
$^1/_2$ K_2CO_3	69,1	14,0 „	—	12,2 „	12,2 „	11,2 „
$^1/_2$ Na_2CO_3	53,1	12,0 „	—	10,5 „	10,4 „	9,6 „
$KClO_3$	122,6	11,5 „	11,2 „	11,1 „	11,0 „	10,7 „
$C_2H_4O_2$	60,0	—	9,9 „	4,70 „	3,80 „	1,70 „
$KC_2H_3O_2$	98,2	9,4 „	9,3 „	9,2 „	9,2 „	8,9 „
KOH	56,1	22,0 „	—	—	21,4 „	21,4 „
NaOH	40,1	20,0 „	—	—	—	18,8 „

10.

$\frac{\lambda}{\mu}$ von wässerigen Lösungen; vergl. **135.**

Kohlrausch.

bei 18° bezogen auf Quecksilber von 0°;
an Grammmolekeln.

Verdünnung sind durch graphische Extrapolation bestimmt.)

λ/μ für μ =

0,01	0,05	0,1	0,5	1	5	10
28,5×10⁻⁶	23,4×10⁻⁶	20,8×10⁻⁶	19,0×10⁻⁹	18,2×10⁻⁶	12,7×10⁻⁶	6,6×10⁻⁶
11.0 „	9,6 „	9,0 „	7,36 „	6,72 „	—	—
6,75 „	4,79 „	4,24 „	2,88 „	2,41 „	—	—
7,15 „	5,32 „	4,74 „	3,30 „	2,70 „	0,82 „	—
6,85 „	5,00 „	4,31 „	3,02 „	2,49 „	0,82 „	—
9,1 „	7,84 „	7,34 „	5,59 „	4,75 „	—	—
8,2 „	7,01 „	6,37 „	4,74 „	3,86 „	—	—
11,6 „	11,0 „	10,7 „	10,0 „	9,7 „	7,70 „	—
34,2 „	33,3 „	32,4 „	30,2 „	27,8 „	14,2 „	6,00 „
11,5 „	10,8 „	10,5 „	9,6 „	9,2 „	—	—
11,4 „	10,8 „	10,3 „	9,5 „	9,1 „	7,5 „	—
10,1 „	9,0 „	8,6 „	7,25 „	6,58 „	—	—
9,1 „	8,2 „	7,68 „	6,01 „	5,14 „	1,80 „	0,60 „
9,6 „	9,0 „	8,6 „	7,57 „	6,95 „	3,98 „	—
8,7 „	8,1 „	7,75 „	6,61 „	5,91 „	3,03 „	1,06 „
33,9 „	32,9 „	32,2 „	29,9 „	27,7 „	14,7 „	6,10 „
11,2 „	10,4 „	9,8 „	8,4 „	7,52 „	—	—
9,5 „	8,3 „	7,55 „	5,31 „	—	—	—
10,2 „	9,4 „	8,9 „	7,28 „	6,35 „	3,51 „	—
9,1 „	8,5 „	8,2 „	6,94 „	6,17 „	—	—
10,8 „	9,4 „	8,8 „	7,28 „	6,60 „	4,03 „	1,69 „
9,0 „	7,51 „	6,82 „	5,10 „	4,27 „	—	—
10,5 „	9,8 „	9,3 „	8,0 „	—	—	—
1,32 „	0,62 „	0,43 „	0,19 „	0,12 „	0,026 „	0,005 „
8,8 „	8,2 „	7,84 „	6,71 „	5,94 „	2,40 „	0,30 „
21,2 „	20,4 „	19,9 „	18,4 „	17,2 „	9,9 „	4,23 „
18,7 „	17,4 „	17,0 „	16,3 „	14,9 „	6,52 „	1,90 „

Tabelle 13.

Funkenpotentiale bei gleichen Kugelelektroden;
vergl. **147.**

r Halbmesser der Kugeln in *cm*,
e_s Potentiale in c. g. s. E. (e. s. M.) (1 e s. E. = 300 Volt),
e_v Potentiale in Volt,
d Schlagweite in *cm*.

r = 0,5 nach Baille (a), Bichat u. Blondlot (b), Czermak, Freyberg (b), Obermayer, Paschen (a).

d =	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
e_s =	3	9	16	28	39	49	57	64	71	77	82	86	90	93
e_v =	900	2700	4800	8400	11700	14700	17100	19200	21300	23100	24600	25800	27000	27900

r = 1,0 nach Czermak, Freyberg (b), Paschen, Quincke (a).

d =	0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
e_s =	3	9	15	27	38	48	58	67	76	84	91	98	104	110
e_v =	900	2700	4500	8100	11400	14400	17400	20100	22800	25200	27300	29400	31200	33000

Tabelle 14.

Dielektrizitätskonstanten;

vergl. 180 ff.

Die Angaben für feste Körper (mit Ausnahme des Paraffins) sind sehr unsicher. Die eingeklammerten Zahlen geben die äussersten beobachteten Werte. Die Temperaturen sind mittlere Zimmertemperaturen, wo nichts Anderes bemerkt.

	D C	Temp.-koëffizient	Beobachter.
Feste Körper:			
Glas	5–10	$+0{,}0_{2}1$	1. 6. 9. 10. 14. 17. 30. 31.
Glimmer	6–8	$+0{,}0_{3}4$	5. 6. 10. 15.
Schwefel	4		4. 31.
Schellack	3–3,7		9. 31.
Ebonit	2,5–3,2	$+0{,}0_{3}4$	4. 6. 10. 17. 25. 31.
Paraffin	2,12 (1,96–2,14)		1. 4. 9. 12. 13. 14. 31.
Flüssigkeiten:			
Wasser	80 (76–84)	$-0{,}0_{2}46$	8. 11. 22. 27.
Methylalkohol	33		27.
Äthylalkohol	26 (24,3–27,3)	$-0{,}0_{2}38$	8. 9. 22. 27. 30.
Amylalkohol	15,5		8. 27.
Ricinusöl	4,70 (4,61–4,82)		1. 8. 14. 19. 24.
Olivenöl	3,07 (2,99–3,16)	$+0{,}0_{2}23$	1. 6. 14. 24.
Wallrathöl	3,05 (3,02–3,09)		14. 22.
Terpentinöl	2,26 (2,16–2,43)	$-0{,}0_{2}11$	6. 10. 14. 20. 22. 26. 29. 30.
Benzol	2,23 (1,95–2,43)	$-0{,}0_{2}13$	6. 9. 18. 19. 20. 22. 29. 30.
Petroleum	2,14 (2,04–2,38)		1. 8. 14. 17. 20. 22. 26. 30.

Gase u. Dämpfe b. 760 mm Druck		D C	Beobachter	Gase u. Dämpfe b. 760 mm Druck		D C	Beobachter
Luft	0°	$1{,}0_{3}29$	4. 15.	C_2H_4	0°	$1{,}0_{3}72$	4. 15.
H	0°	$1{,}0_{3}13$	"	CH_4	0°	$1{,}0_{3}46$	"
CO_2	0°	$1{,}0_{3}47$	"	CS_2	0°	$1{,}0_{2}146$	"
CO	0°	$1{,}0_{3}34$	"	C_6H_6	100°	$1{,}0_{2}27$	16.
NO	0°	$1{,}0_{3}55$	"	C_2H_6O	100°	$1{,}0_{2}65$	"

Litteratur:

1. Arons u. Rubens (b, c).
2. Ayrton u. Perry (a).
3. Blondlot (b).
4. Boltzmann (a–e).
5. Bouty (b).
6. Cassie.
7. Curie (a, b).
8. Cohn u. Arons (b–d, g).
9. Donle.
10. Elsass (c).
11. Gouy.
12. Gibson u. Barklay.
13. Gordon (b).
14. Hopkinson (b).
15. Klemenčič (b, d).
16. Lebedew.
17. Lecher (a).
18. Negreano.
19. Palaz.
20. Quincke (a, c).
21. Romich.
22. Rosa (b).
23. Rosetti.
24. Salvioni (a).
25. Schiller.
26. Silow (a, b).
27. Tereschin.
28. J. J. Thomson (c).
29. Tomaszewski.
30. Winkelmann (a).
31. Wüllner.

Tabelle 15.

Elektrochemische Äquivalente; vergl. 89.

Bestimmung von	Jahr d. Veröffentlichung	Elektrochem. Äquivalent des Silbers
		c. g. s. E.
Mascart (b. d)	1883	0,011156
F. u. W. Kohlrausch (p)	1886	0,011183
Rayleigh u. Sidgwick (f)	1884	0,011179
Köpsel (b)	1887	0,011174
Pellat u. Potier (b)	1889	0,011192

Der Strom 1 Am. scheidet aus bzw. zersetzt u. entwickelt:

in	1 *sec*	1 *min*	1 Stunde	
Silber	1,1181	67,09	4025 *mgr*	
Kupfer	0,3284	19,70	1182 *mgr*	
Wasser	0,0933	5,60	336 *mgr*	
Wasserstoff	0,1160	6,96	418 *ccm*	von 0°,
Knallgas	0,1740	10,44	626 *ccm*	760 *mm*.

Tabelle 19.

Lineare Wärmeausdehnungskoëffizienten *a*.

$$l_\vartheta = l_0 (1 + a\vartheta)$$

Aluminium	$0,0_4 23$	Kupfer	$0,0_4 17$
Ebonit	$0,0_4 8$	Marmor	$0,0_5 55$
Eisen	$0,0_4 12$	Messing	$0,0_4 19$
Glas	$0,0_5 85$	Neusilber	$0,0_4 18$
Holz längs der Faser	$0,0_5 3 — 0,0_4 10$	Platin	$0,0_5 9$
„ quer der Faser	$0,0_4 3 — 0,0_4 6$	Silber	$0,0_4 19$

Tabelle 16.

Verdet's Konstante, vergl. 94,

für Schwefelkohlenstoff, CS_2, und Natriumlicht, D-Linie.
(Wellenlänge $\lambda_D = 5{,}892 \times 10^{-5}$ cm.)

		bei 0°	bei 18°	
Gordon (a, c)	1877	0,04235 *	0,04136	Bogenmin.
H. Becquerel (a)	1885	0,04341 *	0,04240	„ „
Rayleigh (b)	1885	0,04302	0,04202 *	„ „
Köpsel (a)	1885	0,04299	0,04199 *	„ „

Die mit einem * bezeichneten Zahlen sind mitgeteilt, die anderen umgerechnet mit der nachstehenden Temperaturformel.

Hiernach ist zu setzen

$V_0 = 0{,}04300$ Bogenmin. $= 1{,}251 \times 10^{-5}$ abs. Bogenmaass
$V_{18} = 0{,}04200$ „ „ $= 1{,}222 \times 10^{-5}$ „ „

Für eine andere Temperatur ist, Bichat (a)

$$V_\vartheta = V_0\,(1 - 0{,}00104\,\vartheta - 0{,}0_414\,\vartheta^2) \text{ oder}$$

$$V_\vartheta = V_{18}\,(1 - 0{,}00104\,(\vartheta - 18) - 0{,}0_415\,(\vartheta^2 - 324))$$

Auf andere Wellenlängen λ reduziert man nach der Formel, Verdet (b)

$$V_\lambda = V_D\,C_\lambda \frac{\lambda^2_D}{\lambda^2},$$

wo V_D und λ_D sich auf Natriumlicht (D-Linie) beziehen und für die Fraunhofer'schen Linien:

	C	E	F	G	
$\lambda =$	6,562	5,269	4,861	4,307	$\times 10^{-5}$ cm
$C_\lambda =$	0,958	1,040	1,087	1,179	
$C_\lambda \frac{\lambda^2_D}{\lambda^2} =$	0,772	1,300	1,597	2,206	

Für Wasser und Natriumlicht ist $V_{18} = 0{,}01300$ Bogenmin. $= 3{,}78 \times 10^{-6}$ abs. Bogenmaass, Arons (a); auf V_{18} für Schwefelkohlenstoff gleich 1 bezogen ist V_{18} für Wasser nach Arons (a): 0,3095, nach H. Becquerel: 0,308.

Tabelle 17.

Kritische Geschwindigkeit v; vergl. **184—186.**

Die letzte Spalte enthält die auf wahre Ohm etc. reduzierten Werte.

Beobachter.	Jahr der Veröffentl.	Angegebener Wert.	Reduzierter Wert.
W. Weber u. R. Kohlrausch (d)	1856	$3{,}107 \times 10^{10}$ *cm*	$3{,}107 \times 10^{10}$ *cm*
Maxwell (b)	1868	2,880 „ „	2,841 „ „
W. Thomson u. King (e)	1869	2,825 „ „	2,787 „ „
Mac Kichan	1874	2,93 „ „	2,89 „ „
Ayrton u. Perry (b)	1879	2,98 „ „	2,96 „ „
Hockin	1879	2,988 „ „	
Shida	1880	2,995 „ „	2,954 „ „
Stoletow	1881	2,98–3,00 „	
J. J. Thomson (a)	1883	2,963 „ „	2,962 „ „
Klemenčič (a, c)	1884–6	3,015 „ „	3,013 „ „
Colley (b)	1886	3,015 „ „	3,015 „ „
Exner	1886	3,01 „ „	2,878 „ „
Himstedt (e, h, i)	1886–8	3,009 „ „	3,006 „ „
Rowland (d)	1889	2,981 „ „	2,981 „ „
Rosa (a)	1889	3,000 „ „	3,000 „ „
W. Thomson (h)	1889	3,004 „ „	3,004 „ „
J. J. Thomson u. Searle (b)	1890	2,996 „ „	2,996 „ „
Pellat (c)	1891	3,009 „ „	3,009 „ „

Tabelle 18a.

Ohmbestimmungen.

Beobachter	Veröffentlicht	Ohm / Q. E.
W. Weber (f)	1862	0,974
British Association	1864	1,049
Lorenz (a)	1873	1,071
F. Kohlrausch (d)	1874 (82)	1,059
H. F. Weber (a)	1877	1,047
Rowland (b)	1878	1,059
H. Weber (a)	1882	1,0617
Rayleigh und Schuster (b)	1882	1,060
Dorn (b)	1882	1,055
Baille (a)	1884	1,057
Roiti (b)	1884	1,059
R. Lenz	1884	1,0613
Wild (c)	1884	1,060
Himstedt (d)	1884	1,060
Lorenz (b)	1885	1,059
Zahrada	1888	1,054

Tabelle 18.

Ohmbestimmungen; vergl. 191.

Ohm = 10^9 c. g. s. E.,
S. E. = Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 *m* Länge, 1 *qmm* Querschnitt bei 0° C. nach den Bestimmungen von Siemens und Halske,
Q. E. = derselben Einheit nach der Bestimmung des betr. Beobachters,
B. A. E. = der von der British Association ausgegebenen Einheit,
M. Q. E. = mittlere Quecksilbereinheit = 0,99990 S. E. = 0,95350 B. A. E.

Die mit einem * bezeichneten Zahlen sind direkt bestimmt.

Beobachter	Veröffentlicht	Methode	Ohm / Q. E.	Ohm / S. E.	Ohm / B. A. E.	Q. E. / B. A. E.	Q. E. / S. E.	Ohm / M. Q. E.
Rayleigh (c)	1882	Weber 2	1,0624	1,0630	1,0137*	0,95412* (für beide)	1,00050*	1,0631
Rayleigh u. Sidgwick (d)	1883	Lorenz	1,0621	1,0627	1,0134*			1,0628
Glazebrook, Dodds, Sargent (c)	1883	Kirchhoff	1,0629		1,0135*	0,95352*		1,0629
G. Wiedemann (a)	1884 (90)	Weber 1	1,0624*	1,0629*		0,95370	1,00023*	1,0629
Mascart, de Nerville, Benoit (c)	1884	Weber 1, Kirchhoff	1,0633*		1,0141*	0,95374*	0,99997*	1,0635
Rowland, Kimball u. Duncan (c)	1885	Kirchhoff, Lorenz	1,0632		1,0138*	0,95349*		1,0632
F. Kohlrausch (u) (Strecker)	1888	Weber 3	1,0632*	1,0629	1,0136	0,95338*	0,99973*	1,0630
Wuilleumier (Benoit)	1888	Lippmann	1,0627			0,95355*		1,0627
Duncan, Wilkes, Hutchinson	1889	Lorenz	1,0635		1,0140*	0,95341*		1,0634
Dorn (e), (Strecker)	1889	Weber 3	1,0624*			0,95338*	0,99973*	1,0623
Jones	1890	Lorenz	1,0631*					(1,0631)

Tabelle 21.

n	πn	$^1/_4 \pi n^2$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
1	3,1416	0,7854	1	1	1,0000	1,0000
2	6,2832	3,1416	4	8	4142	2599
3	9.4248	7,0686	9	27	7321	4422
4	12,566	12,566	16	64	2,0000	5874
5	15,708	19,635	25	125	2361	7100
6	18,850	28,274	36	216	4495	8171
7	21,991	38,485	49	343	6458	9129
8	25,133	50,265	64	512	8284	2,0000
9	28,274	63,617	81	729	3,0000	0801
10	31,416	78,540	100	1000	1623	1544
11	34,557	95,03	121	1331	3166	2240
12	37,699	113,10	144	1728	4641	2894
13	40,841	132,73	169	2197	6056	3513
14	43,982	153,94	196	2744	7417	4101
15	47,124	176,17	225	3375	8730	4662
16	50,265	201,06	256	4096	4,0000	5198
17	53,407	226,98	289	4913	1231	5713
18	56,549	254,47	324	5832	2426	6207
19	59,690	283,53	361	6859	3589	6684
20	62,832	314,16	400	8000	4721	7144
21	65,973	346,36	441	9261	5826	7589
22	69,115	380,13	484	10648	6904	8020
23	72,257	415,48	529	12167	7958	8439
24	75,398	452,39	576	13824	8990	8845
25	78,540	490,87	625	15625	5,0000	9240
26	81,68	530,93	676	17576	099	9625
27	84,82	572,55	729	19683	196	3,0000
28	87,96	615,75	784	21952	291	0366
29	91,11	660,52	841	24389	385	0723
30	94,25	706,86	900	27000	477	1072
31	97,39	754,77	961	29791	568	1414
32	100,53	804,25	1024	32768	657	1748
33	103,67	855,30	1089	35937	745	2075
34	106,81	907,92	1156	39304	831	2396
35	109,96	962,11	1225	42875	916	2711
36	113,10	1017,9	1296	46656	6,000	3019
37	116,24	1075,2	1369	50653	083	3322
38	119,38	1134,1	1444	54872	164	3620
39	122,52	1194,6	1521	59319	245	3912
40	125,66	1256,6	1600	64000	325	4200
41	128,81	1320,3	1681	68921	403	4482
42	131,95	1385,4	1764	74088	481	4760
43	135,09	1452,2	1849	79507	557	5034
44	138,23	1520,5	1936	85184	633	5303
45	141,37	1590,4	2025	91125	708	5569
46	144,51	1661,9	2116	97336	782	5830
47	147.65	1734,9	2209	103823	856	6088
48	150,80	1809,6	2304	110592	928	6342
49	153,94	1885,7	2401	117649	7,000	6593
50	157,08	1963,5	2500	125000	071	6840

Tabelle 21.

n	πn	$\frac{1}{4}\pi n^2$	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$
51	160,22	2042,8	2601	132651	7,141	3,7084
52	163,36	2123,7	2704	140608	211	7325
53	166,50	2206,2	2809	148877	280	7563
54	169,65	2290,2	2916	157464	348	7798
55	172,79	2375,8	3025	166375	416	8030
56	175,93	2463,0	3136	175616	483	8259
57	179,07	2551,8	3249	185193	550	8485
58	182,21	2642,1	3364	195112	616	8709
59	185,35	2734,0	3481	205379	681	8930
60	188,50	2827,4	3600	216000	746	9149
61	191,64	2922,5	3721	226981	810	9365
62	194,78	3019,1	3844	238328	874	9579
63	197,92	3117,2	3969	250047	937	9791
64	201,06	3217,0	4096	262144	8,000	4,0000
65	204,20	3318,3	4225	274625	062	0207
66	207,35	3421,2	4356	287496	124	0412
67	210,49	3525,7	4489	300763	185	0615
68	213,63	3631,7	4624	314432	246	0817
69	216,77	3739,3	4761	328509	307	1016
70	219,91	3848,5	4900	343000	367	1213
71	223,05	3959,2	5041	357911	426	1408
72	226,19	4071,5	5184	373248	485	1602
73	229,34	4185,4	5329	389017	544	1793
74	232,48	4300,8	5476	405224	602	1983
75	235,62	4417,9	5625	421875	660	2172
76	238,76	4536,5	5776	438976	718	2358
77	241,90	4656,6	5929	456533	775	2543
78	245,04	4778,4	6084	474552	832	2727
79	248,19	4901,7	6241	493039	888	2908
80	251,33	5026,6	6400	512000	944	3089
81	254,47	5153,0	6561	531441	9,000	3267
82	257,61	5281,0	6724	551368	055	3445
83	260,75	5410,6	6889	571787	110	3621
84	263,89	5541,8	7056	592704	165	3795
85	267,04	5674,5	7225	614125	219	3968
86	270,18	5808,8	7396	636056	274	4140
87	273,32	5944,7	7569	658503	327	4310
88	276,46	6082,1	7744	681472	381	4480
89	279,60	6221,1	7921	704969	434	4647
90	282,74	6361,7	8100	729000	487	4814
91	285,88	6503,9	8281	753571	539	4979
92	289,03	6647,6	8464	778688	592	5144
93	292,17	6792,9	8649	804357	644	5307
94	295,31	6939,8	8836	830584	695	5468
95	298,45	7088,2	9025	857375	747	5629
96	301,59	7238,2	9216	884736	798	5789
97	304,73	7389.8	9409	912673	849	5947
98	307,88	7543,0	9604	941192	899	6104
99	311,02	7697,7	9801	970299	950	6261
100	314,16	7854,0	10000	1000000	10,000	6416

Tabelle 22.

Trigonometrische Zahlen.

	Arcus	Sinus	Tangens	log. arc.	log. sin.	log. tg.
1°	0,0175	0,0175	0,0175	$\bar{2}$,2419	$\bar{2}$,2419	$\bar{2}$,2419
2	0349	0349	0349	5428	5428	5431
3	0524	0523	0524	7190	7188	7194
4	0698	0698	0699	8439	8436	8446
5	0873	0872	0875	9408	9403	9420
6	1047	1045	1051	$\bar{1}$,0200	$\bar{1}$,0192	$\bar{1}$,0216
7	1222	1219	1228	0870	0859	0891
8	1396	1392	1405	1450	1436	1478
9	1571	1564	1584	1961	1943	1997
10	1745	1736	1763	2419	2397	2463
11	1920	1908	1944	2833	2806	2887
12	2094	2079	2126	3210	3179	3275
13	2269	2250	2309	3558	3521	3634
14	2443	2419	2493	3879	3837	3968
15	2618	2588	2679	4180	4130	4281
16	2793	2756	2867	4461	4403	4575
17	2967	2924	3057	4723	4659	4853
18	3142	3090	3249	4972	4900	5118
19	3316	3256	3443	5206	5126	5370
20	3491	3420	3640	5429	5341	5611
21	3665	3584	3839	5641	5543	5842
22	3840	3746	4040	5843	5736	6064
23	4014	3907	4245	6036	5919	6279
24	4189	4067	4452	6221	6093	6486
25	4363	4226	4663	6398	6259	6687
26	4538	4384	4877	6569	6418	6882
27	4712	4540	5095	6732	6570	7072
28	4887	4695	5317	6890	6716	7257
29	5061	4848	5543	7042	6856	7438
30	5236	5000	5774	7190	6990	7614
31	5411	5150	6009	7333	7118	7788
32	5585	5299	6249	7470	7242	7958
33	5760	5446	6494	7604	7361	8125
34	5934	5592	6745	7733	7476	8290
35	6109	5736	7002	7860	7586	8452
36	6283	5878	7265	7982	7692	8613
37	6458	6018	7536	8101	7795	8771
38	6632	6157	7813	8216	7893	8928
39	6807	6293	8098	8330	7989	9084
40	6981	6428	8391	8439	8081	9238
41	7156	6561	8693	8546	8169	9392
42	7330	6691	9004	8651	8255	9544
43	7505	6820	9325	8753	8338	9697
44	7679	6947	9657	8853	8418	9848
45	7854	7071	1,0000	8951	8495	0,0000

Tabelle 22.

Trigonometrische Zahlen.

	Arcus	Sinus	Tangens	log. arc.	log. sin.	log. tg.
46°	0,8029	0,7193	1,0355	$\bar{1}$,9047	$\bar{1}$,8569	0,0152
47	8203	7314	0724	9140	8641	0303
48	8378	7431	1106	9231	8711	0456
49	8552	7547	1504	9321	8778	0608
50	8727	7660	1918	9409	8843	0762
51	8901	7771	2349	9494	8905	0916
52	9076	7880	2799	9579	8965	1072
53	9250	7986	3270	9661	9023	1229
54	9425	8090	3764	9743	9080	1387
55	9599	8192	4281	9822	9134	1548
56	9774	8290	4826	9901	9186	1710
57	9948	8387	5399	9977	9236	1875
58	1,0123	8480	6003	0,0053	9284	2042
59	0297	8572	6643	0127	9331	2212
60	0472	8660	7321	0200	9375	2386
61	0647	8746	8040	0272	9418	2562
62	0821	8829	8807	0343	9459	2743
63	0996	8910	9626	0412	9499	2928
64	1170	8988	2,0503	0480	9537	3118
65	1345	9063	1445	0548	9573	3313
66	1519	9135	2460	0614	9607	3514
67	1694	9205	3559	0680	9640	3721
68	1868	9272	4751	0744	9672	3936
69	2043	9336	6051	0807	9702	4158
70	2217	9397	7475	0870	9730	4389
71	2392	9455	9042	0931	9757	4630
72	2566	9511	3,0777	0992	9782	4882
73	2741	9563	2709	1052	9806	5147
74	2915	9613	4874	1111	9828	5425
75	3090	9659	7321	1169	9849	5719
76	3265	9703	4,0108	1227	9869	6032
77	3439	9744	3315	1284	9887	6366
78	3614	9781	7046	1340	9904	6725
79	3788	9816	5,1446	1395	9919	7113
80	3963	9848	6713	1450	9934	7537
81	4137	9877	6,3138	1504	9946	8003
82	4312	9903	7,1154	1557	9958	8522
83	4486	9925	8,1443	1609	9968	9109
84	4661	9945	9,5144	1662	9976	9784
85	4835	9962	11,4301	1713	9983	1,0580
86	5010	9976	14,3007	1764	9989	1554
87	5184	9986	19,0811	1814	9994	2806
88	5359	9994	28,6363	1864	9997	4569
89	5533	9998	57,2900	1913	9999	7581
90	5708	1,0000	∞	1961	0,0000	∞

Tabelle 23. Logarithmen.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	42
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	38
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	35
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	32
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	30
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	28
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	26
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	25
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	23
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	22
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	18
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	18
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	15
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	14
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	11
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	9
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	8
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	8
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	7

Tabelle 23. Logarithmen.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	7
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	7
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	7
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	7
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	7
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	7
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	6
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	6
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	6
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	6
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	6
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	5
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	5
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	5
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	5
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	5
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	5
93	8685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	5
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	5
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	5
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	4
100	00000	0043	0087	0130	0173	0217	0260	0303	0346	0389	43
101	00432	0475	0518	0561	0604	0647	0689	0732	0775	0817	43
102	00860	0903	0945	0988	1030	1072	1115	1157	1199	1242	42
103	01284	1326	1368	1410	1452	1494	1536	1578	1620	1662	42
104	01703	1745	1787	1828	1870	1912	1953	1995	2036	2078	42
105	02119	2160	2202	2243	2284	2325	2366	2407	2449	2490	41
106	02531	2572	2612	2653	2694	2735	2776	2816	2857	2898	41
107	02938	2979	3019	3060	3100	3141	3181	3222	3262	3302	40
108	03342	3383	3423	3463	3503	3543	3583	3623	3663	3703	40
109	03743	3782	3822	3862	3902	3941	3981	4021	4060	4100	40
110	04139	4179	4218	4258	4297	4336	4376	4415	4454	4493	39

Tabelle 20.

Verschiedene Zahlen.

	Logarithmus
$\pi = 3{,}14159$	0,49715
$\pi^2 = 9{,}8696$	0,99430
$1/\pi = 0{,}31831$	$\bar{1}{,}50285$
Beschleunigung der Schwerkraft im Meeresniveau in der Breite φ:	
$g = 980{,}63\ (1 - 0{,}00259\ \cos 2\varphi)\ cm/sec^2$	
$g_{45} = 980{,}63$	2,99150
$g_{50} = 981{,}07$	2,99170
$g_{55} = 981{,}50$	2,99189
In der Höhe h^m über dem Meer ist g zu multiplizieren mit $(1 - 0{,}0_6 2h)$.	
Basis der natürlichen Logarithmen $e = 2{,}71828$	0,43429
Faktor zur Verwandlung von natürlichen Logarithmen in gewöhnliche $lg\, e = 0{,}43429$	$\bar{1}{,}63778$
Faktor zur Verwandlung von gewöhnlichen Logarithmen in natürliche $1/lg\, e = 2{,}3026$	0,36222
Absolute Bogeneinheit:	
$57^\circ{,}2959 =$	1,75812
$3437'{,}75$	3,53627
Mittlere Grammkalorie $= 4{,}248 \times 10^7\ gr\ cm^2/sec^2$	7,62818
Erwärmung blanker Kupferdrähte von der Dicke d mm durch den Strom i Am.:	
$0{,}66 \frac{i^2}{d^3}\ ^\circ$C. (Preece)	
$0{,}32 \frac{i^2}{d^3}\ ^\circ$C. (Kittler)	
Schmutzige, oxydirte, gefirnisste Drähte etwa $^2/_3$ davon.	

